1. 연립부등식 $\begin{cases} x+3<4 \\ 5x-8<17 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x<1$ ② $x>5$ ③ $1<x\le 5$
④ $1\le x<5$ ⑤ 해가 없다.

해설
$x+3<4,\ x<1$
$5x-8<17,\ x<5$
따라서 구하는 해는 $x<1$

2. 연립부등식 $\begin{cases} x-1>2x-3 \\ x^2 \le x+2 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -1$　② $-1 \le x < 1$　③ $-1 \le x < 2$
④ $1 < x < 2$　⑤ $2 \le x < 4$

해설

$x-1>2x-3$에서 $-x>-2$
$\therefore x<2 \cdots$ ㈎
$x^2 \le x+2$에서 $x^2-x-2 \le 0$
$\therefore -1 \le x \le 2 \cdots$ ㈏
따라서 ㈎, ㈏의 공통 범위를 구하면
$-1 \le x < 2$이다.

3. 두 점 $\mathrm{A}(-5, -1)$, $\mathrm{B}(4, -5)$ 에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 $\mathrm{P}(a,\ -a)$ 라 하면, $(\because\ y = -x)$

$\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}} \Rightarrow \overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2$

$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$

$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$

$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$

$\Rightarrow\ 26a = 15 \Rightarrow\ a = \frac{15}{26}$

$\therefore \mathrm{P}(a, -a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

4. 방정식 $x-3y+6=0$ 이 나타나는 직선의 기울기와 y 절편을 차례대로 구하면?

① $\frac{1}{3},\ -2$ ② $\frac{1}{3},\ 2$ ③ $-\frac{1}{3},\ 2$
④ $3,\ -2$ ⑤ $-3,\ 2$

해설
$x-3y+6=0$ 을 y 에 대하여 풀면
$3y=x+6,\ y=\frac{1}{3}x+2$
$\therefore$ 기울기 : $\frac{1}{3}$, y 절편 : 2

5. 다음은 두 직선 $x+y-2=0, mx-y+m+1=0$이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

증명

$x+y-2=0 \cdots\cdots$ ㉠
$mx-y+m+1=0 \cdots\cdots$ ㉡
㉡을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-(\boxed{①})=0$에서 이 직선은 m의 값에 관계없이 정점 $\boxed{②}$을 지난다.
(i) ㉡이 점 $(0,2)$를 지날 때, $m=\boxed{③}$
(ii) ㉡이 점 $(2,0)$를 지날 때, $m=\boxed{④}$
따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서
$\boxed{⑤}$

① $y-1$
② $(-1,1)$
③ 1
④ $-\frac{1}{3}$
⑤ $-\frac{1}{3} \le m \le 1$

해설

$x+y-2=0 \cdots\cdots$ ㉠
$mx-y+m+1=0 \cdots\cdots$ ㉡
㉡을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-(\boxed{y-1})=0$에서 이 직선은 m의 값에 관계없이
정점 $\boxed{(-1,\ 1)}$을 지난다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면
(i) ㉡이 점 $(0,\ 2)$를 지날 때, $m=\boxed{1}$
(ii) ㉡이 점 $(2,\ 0)$를 지날 때, $m=\boxed{-\frac{1}{3}}$
(i), (ii)에서 $\boxed{-\frac{1}{3}<m<1}$

6. 세 점 P(1, 0), Q(0, -1), R(2, 2)을 지나는 원의 방정식은 $x^2+y^2+ax+by+c=0$이다. 이때, $a+c$의 값은?

① -1　② -2　③ -3　④ 2　⑤ 3

해설

P, Q, R의 좌표를 원의 방정식에 각각 대입하면

$$\begin{cases} 1+a+c=0 & \cdots ㉠ \\ 1-b+c=0 & \cdots ㉡ \\ 2a+2b+c+8=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

∴ ㉠에서 $a+c=-1$

7. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$의 네 근 중 가장 작은 근을 a, 가장 큰 근을 b라 할 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$
$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$
$\therefore\ x = \pm\sqrt{5},\ x = \pm\sqrt{6}$
가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$
$\therefore\ a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ x^2+2y^2=12 \end{cases}$ 을 만족하는 $x,\ y$에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② 4 ③ $-3\sqrt{2}$

④ -4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2-3xy+2y^2=0$ 에서
$(x-y)(x-2y)=0\quad \therefore x=y$ 또는 $x=2y$
ⅰ) $x=y$ 일 때
$x^2+2y^2=3x^2=12$
$x=\pm 2,\ y=\pm 2$
ⅱ) $x=2y$ 일 때
$x^2+2y^2=6y^2=12$
$y=\pm\sqrt{2},\quad x=\pm 2\sqrt{2}$
$\therefore x+y=4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

9. x의 범위가 0, 1, 2, 3, 4, 5일 때, 부등식 $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \geq -\frac{1}{3}$ 의 해는?

① 0, 1, 2, 3, 4, 5
② 1, 2, 3, 4, 5
③ 2, 3, 4, 5
④ 3, 4, 5
⑤ 4, 5

해설

분모의 최소공배수 6 을 곱하면

$3x - 8 \geq -2$

$3x \geq 6$

$\therefore\ x \geq 2$

10. 두 점 $A(-3, 2)$, $B(4, 5)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표는?

① $(-3,\ 0)$ ② $(1,\ 0)$ ③ $(2,\ 0)$
④ $(-1,\ 0)$ ⑤ $(5,\ 0)$

해설
x축 위의 점을 $P(x, 0)$라 하면
$\overline{PA} = \overline{PB}$에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$이므로
$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$
$14x = 28$
따라서 $x = 2$ 즉, $P(2,\ 0)$

11. 두 직선 $x+y=4$, $2x-y+1=0$의 교점과 점 $(2,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $y=4x+7$　　② $y=4x-7$　　③ $y=-4x+7$

④ $y=-4x-7$　　⑤ $y=-x+7$

해설

두 직선의 방정식

$$\begin{cases} x+y=4 & \cdots ㉠ \\ 2x-y+1=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$ 을 연립하여 풀면

$x=1,\ y=3$

즉, 교점 $(1,\ 3)$과 $(2,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-3=\dfrac{-1-3}{2-1}(x-1)$

즉, $y=-4x+7$

12. 원 $x^2+y^2=8$과 직선 $y=x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k의 값의 범위를 구하면?

① $-2<k<2$ ② $0<k<4$ ③ $-4<k<0$
④ $-2<k<0$ ⑤ $-4<k<4$

해설

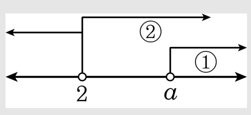
원의 중심과 직선 사이의 거리 d를 구하면
$d=\frac{|0+0+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$
이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$이므로
원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d<r$이고
$\frac{|k|}{\sqrt{2}}<2\sqrt{2}$ $\therefore$ $-4<k<4$

13. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \le 2 \end{cases}$ 의 해가 없도록 하는 a 의 값 중 가장 작은 값은?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$\begin{cases} x > a \\ x \le 2 \end{cases}$ 의 해가 없으려면



$x > a$ 는 ①이거나 ②이므로 $a \ge 2$
따라서 a 의 가장 작은 수는 2 이다.

14. 부등식 $ax^2 - bx - 4 < 0$ 의 해가 $-\frac{1}{2} < x < 4$ 일 때 $a + b$ 의 값은?

① 7　　② 9　　③ 11　　④ 13　　⑤ 15

해설

$ax^2 - bx - 4 < 0$ 의 해가

$-\frac{1}{2} < x < 4$ 이므로 $a > 0$

해가 $-\frac{1}{2} < x < 4$ 이고

이차항의 계수가 1 인 부등식은

$\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 4) < 0$

$a\left(x^2 - \frac{7}{2}x - 2\right) < 0$

상수항을 맞추면 $a = 2$

$2x^2 - 7x - 4 < 0$

따라서 $a = 2, b = 7,\ a + b = 9$

15. 두 원 $x^2+y^2-4x=0$, $x^2+y^2-6x-2y+8=0$ 의 두 교점과 점$(1,\ 0)$ 을 지나는 원의
방정식을 바르게 구한 것은?

① $x^2+y^2-8x-y-4=0$

② $x^2+y^2-8x-4y+16=0$

③ $x^2+y^2-5x-y+16=0$

④ $x^2+y^2-5x-4y+16=0$

⑤ $x^2+y^2-5x-y+4=0$

해설

문제에서 주어진 두 원의 교점을
지나는 임의의 원
또는 직선의 방정식은
$(x^2+y^2-4x)m+(x^2+y^2-6x-2y+8)=0$ 이다.
위 방정식이 나타내는 원이 점 $(1,0)$ 을 지나므로
$x=1$, $y=0$ 을 대입하면
$-3m+3=0$
$\therefore m=1$
$(x^2+y^2-4x)+(x^2+y^2-6x-2y+8)=0$
$2x^2+2y^2-10x-2y+8=0$,
$x^2+y^2-5x-y+4=0$