

1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -1$ (중근), $-\frac{1}{2}$, 2
- ② $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 1
- ③ $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 2
- ④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (중근)
- ⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (중근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

-1	2	-1	-6	-1	2
	-2	3	3	-2	
	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은
 $(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$
 $(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$
 $\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$

2. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

3. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x=-1, 1, 2$$

$$\therefore -1+1+2=2$$

4. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- ① (2,3)

② (-2,3)

③

(3,2)
- ④ (3,-2)

⑤ (-3,-2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣×3을 하면 $-4y = -8$

∴ $y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

∴ $x = 3, y = 2$

5. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$\therefore a = -2$

$2 - (-3) = b$

$\therefore b = 5$

$\therefore a + b = 3$

6. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$
 $\therefore k = 3$

7. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

- ① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$
② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$
③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$
④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면
다른 한 근은 $1-i$ 이다.
 $\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$
주어진 조건에 맞는 방정식:
 $(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$
 $\therefore$ ①이 조건에 맞다

8. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

- ① $1 - \sqrt{2}, 2$ ② $-1 + \sqrt{2}, -3$ ③ $1 - \sqrt{2}, 3$
④ $1 - \sqrt{2}, -3$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
 $\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \alpha = 3$
 $\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

① $(2, 1)$

② $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $(\sqrt{3}, 1)$

⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \cdots \textcircled{1} \\ x - y = 1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②을 $y = x - 1$ 로 변형하여

①에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

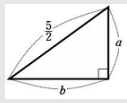
㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

12. 빗변의 길이가 $\frac{5}{2}$ 인 직각 삼각형의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, 빗변이 아닌 두 변의 길이의 합은?

- ① $\frac{\sqrt{37}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{34}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{31}}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b 라 하면 넓이는

$$\frac{1}{2}ab = \frac{3}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$a^2 + b^2 = \frac{25}{4} \dots \textcircled{2}$$

①, ②식에서

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$= \frac{25}{4} + 6 = \frac{49}{4}$$

$$\therefore a + b = \frac{7}{2}$$

13. 방정식 $2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{3}{2}$
- ② -1
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $-\frac{1}{4}$
- ⑤ $-\frac{1}{7}$

해설

$2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 에서
 $x^2 + 4xy + 4y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0,$
 $(x + 2y)^2 + (x + 1)^2 = 0$
 x, y 가 실수이므로 $x + 2y = 0 \dots\dots ①, x + 1 = 0 \dots\dots ②$
①, ②에서 $x = -1, y = \frac{1}{2}$
 $\therefore x + y = -\frac{1}{2}$

해설

주어진 방정식을 x 에 대하여 정리하면 $2x^2 + 2(2y + 1)x + (4y^2 + 1) = 0 \dots\dots ①$
 x 가 실수이므로 $\frac{D}{4} = (2y + 1)^2 - 2(4y^2 + 1) \geq 0$
 $\therefore (2y - 1)^2 \leq 0$
그런데 $2y - 1$ 이 실수이므로 $2y - 1 = 0$
 $\therefore y = \frac{1}{2} \dots\dots ②$
②를 ①에 대입하면
 $2x^2 + 4x + 2 = 0, (x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -1 \dots\dots ③$
②, ③에서 $x + y = -\frac{1}{2}$

14. $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\omega^3 = 1$

㉡ $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

㉢ $\overline{\omega} = \omega^2 = \frac{1}{\omega}$

㉣ $\omega + \overline{\omega} = 1$

㉤ $\omega \overline{\omega} = 1$

㉥ $\omega^{2005} + \frac{1}{\omega^{2005}} = -1$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$x^3 = 1 \Rightarrow \omega^3 = 1 \cdots \text{㉠}(\bigcirc)$
 $x^3 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$
 $\Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 = 0 \cdots \text{㉡}(\bigcirc)$
 $\therefore$ 근과 계수와의 관계에 의해
 $\omega + \overline{\omega} = -1, \omega \overline{\omega} = 1 \cdots \text{㉢}(\times), \text{㉤}(\bigcirc)$
 $\omega + \overline{\omega} = -1$ 이므로
 $\omega^2 + \omega + 1 = \omega^2 - 1 - \overline{\omega} + 1 = 0$
 $\Rightarrow \omega^2 = \overline{\omega} \cdots \text{㉥}(\bigcirc)$
 $\omega^{2005} + \frac{1}{\omega^{2005}}$
 $= (\omega^3)^{668} \omega + \frac{1}{(\omega^3)^{668} \omega}$
 $= \omega + \frac{1}{\omega} = -1$
 $(\because \omega^2 + \omega + 1 = 0) \cdots \text{㉥}(\bigcirc)$

15. 방정식 $x^2 + 2y^2 + 2xy - 4x - 10y + 13 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 방정식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 + 2(y-2)x + 2y^2 - 10y + 13 = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

이 때, x 가 실수이므로 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = (y-2)^2 - (2y^2 - 10y + 13) \geq 0$$

$$-y^2 + 6y - 9 \geq 0, \quad y^2 - 6y + 9 \leq 0$$

$$(y-3)^2 \leq 0 \quad y \text{ 가 실수이므로 } y-3=0$$

$$\therefore y=3 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \text{을 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } x^2 + 2x + 1 = 0, \quad (x+1)^2 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

$$\therefore x + y = -1 + 3 = 2$$