

1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로
 $27 = a(-3)^2, a = 3$

2. 다음 이차함수의 그래프 중에서 $y = -\frac{1}{6}x^2$ 과 x 에 대하여 서로 대칭인 것은?

① $y = -2x^2$

② $y = 6x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = \frac{1}{6}x^2$

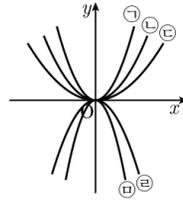
⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

3. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 값이 가장 큰 것은?

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉣ ⑤ ㉤



해설

$a > 0$ 이고 y 축에 가까울수록 값이 크다.

4. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5만큼, y 축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면 점 $(6, k)$ 을 지난다고 할 때, k 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 이므로 함수의 식은 $y = 3(x - 5)^2 - 6$ 이다. 점 $(6, k)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 3(6 - 5)^2 - 6$ 이므로 $k = -3$ 이다.

5. 다음 이차함수 중에서 꼭짓점이 제3 사분면에 있는 것은?

① $y = -(x-2)^2 + 1$

② $y = (x-1)^2 + 2$

③ $y = -(x-2)^2 - 3$

④ $y = 2(x+3)^2 - 5$

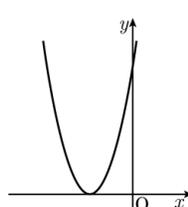
⑤ $y = -2(x+3)^2 + 1$

해설

④ $(-3, -5)$ 이므로 제 3사분면에 있다.

6. 포물선 $y = x^2 + 6x + c$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지난다. 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① $(3, 0)$ ② $(0, 3)$
③ $(-3, 0)$ ④ $(0, -3)$
⑤ $(-3, 9)$



해설

$y = x^2 + 6x + c$ 에 점 $(-1, 4)$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} 4 &= (-1)^2 + 6 \times (-1) + c \\ &= 1 - 6 + c \\ &= -5 + c \end{aligned}$$

$$\therefore c = 9$$

포물선 식은 $y = x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.

7. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
 &= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉠}} \\
 &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉡}} \\
 &= 2(x+1)^2 - 3 - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉢}} \\
 &= 2(x+1)^2 - 4 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉣}}
 \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
 &= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉠}} \\
 &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉡}} \\
 &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉢}} \\
 &= 2(x+1)^2 - 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉣}}
 \end{aligned}$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉣이다.

8. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

- ① 0 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6ax + 4 \\ &= 3(x^2 + 2ax) + 4 \\ &= 3(x+a)^2 + 4 - 3a^2 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

9. 이차함수 $y = -5x^2 + 20x + 3 + 2k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

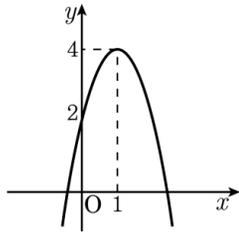
▷ 정답: $k < -\frac{23}{2}$ 또는 $k < -11.5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -5x^2 + 20x + 3 + 2k \\ &= -5(x-2)^2 + 23 + 2k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $23 + 2k < 0$, $2k < -23$, $k < -\frac{23}{2}$ 이다.

10. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$
꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,
 $y = -2(x - 1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$
 $\therefore a = 4$
따라서 $a + b = 6$

11. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이는 y
- ㉡ 양초의 길이가 24cm 이고 불을 붙이면 20 분에 8cm 씩 짧아질 때, 양초가 탄 시간을 x , 양초의 길이는 y
- ㉢ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이는 y
- ㉣ 밑변의 길이가 x , 높이는 밑변의 길이의 2 배인 삼각형의 넓이는 y

- ① ㉠, ㉣
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = \pi x^2$

㉡ $y = 24 - \frac{2}{5}x$

㉢ $y = x^2$

㉣ $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

따라서 이차함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

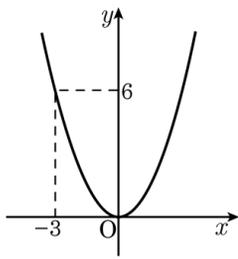
12. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면?

- ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a = \frac{2}{3}$ $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$
따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

14. 이차함수 $y = -3(x-1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ④ y 축과 $(0, 3)$ 에서 만난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

y 축과 $(0, -3)$ 에서 만난다.

15. 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > 1$

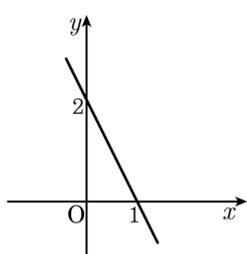
해설

$$y = -x^2 + 2x - 3$$

$$y = -(x-1)^2 - 2$$

따라서 꼭짓점이 $(1, -2)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 1$

16. 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프의 꼭짓점의 위치는?



- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면
 ③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면
 ⑤ x 축 또는 y 축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가 -2 , y 절편이 2 이므로

$$y = -2x + 2, m = -2, n = 2$$

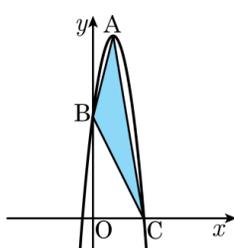
$$\therefore y = x^2 - 2x + 2$$

$$= (x^2 - 2x + 1 - 1) + 2$$

$$= (x - 1)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 제 1 사분면 위에 있다.

17. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + 10$ 의 그래프이다. 점 A 가 꼭짓점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$B(0, 10)$$

$$y = -2x^2 + 8x + 10 = -2(x-2)^2 + 18$$

$$A(2, 18)$$

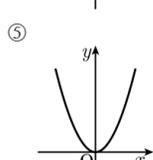
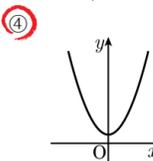
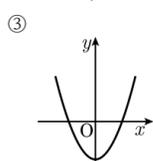
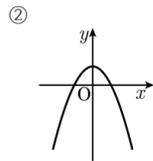
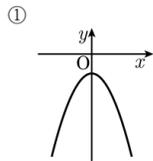
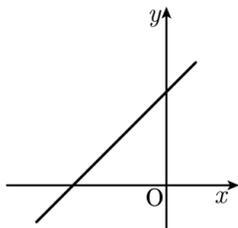
점 C 는 y 좌표가 0 이므로

$$0 = -2x^2 + 8x + 10, -2(x-5)(x+1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 5 \quad \therefore C(5, 0)$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC \\ &= 10 + 45 - 25 = 30 \end{aligned}$$

18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x 축의 위쪽에 있다.

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 2)$ 이고 점 $(1, -2)$ 와 $(-1, 4)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

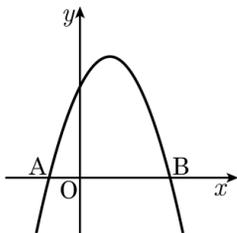
$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, -2)$ 를 지나므로 $-2 = a + b + c$ 이다.

점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $c = 2$

점 $(-1, 4)$ 를 지나므로 $a - b + c = 4$

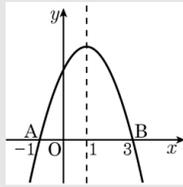
$\therefore a = -1, b = -3, c = 2$

20. 포물선 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값은?



- ① 3 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설



$y = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + 1 + k$
 대칭축이 $x = 1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$
 $\therefore y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$
 따라서, $k = 3$ 이다.

21. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 4k$ 의 최댓값이 5 일 때, 상수 k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

- ① 7 ② 5 ③ 1 ④ 9 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2kx + 4k \\ &= -(x^2 - 2kx + k^2 - k^2) + 4k \\ &= -(x - k)^2 + (k^2 + 4k) \end{aligned}$$

최댓값 $k^2 + 4k = 5$, $k^2 + 4k - 5 = 0$
 $k = 1$ 또는 $k = -5$ 에서 $k > 0$ 이므로 $k = 1$

22. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를 x cm 길게 하고 세로 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면

$$y = (6 + x)(10 - x)$$

$$= -x^2 + 4x + 60$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$$

$$= -(x - 2)^2 + 64$$

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

23. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ㉠ $\frac{15}{2}$ m ㉡ 8m ㉢ $\frac{17}{2}$ m ㉣ 3m ㉤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

24. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

25. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $(-\frac{1}{2}, b)$ 를 지난다. 이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

- ① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 } (1-p, \frac{1}{2})$$

이므로 $1-p=2, p=-1, a=\frac{1}{2}$ 이다.

$$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 좌표가 점 } (-\frac{1}{2}, b) \text{ 를 지나므로 } b =$$

$$2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2}, b=13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$$

26. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$$

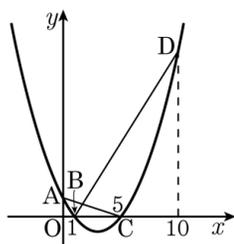
$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p =$

$0, q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

27. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하면?



- ① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$$c = 6, \text{ 즉 } A(0, 6) \text{ 이다.}$$

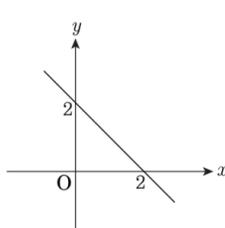
$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

28. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

기울기 $a = -1$, y 절편 $b = 2$

$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$$

$$= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 5 이다.

29. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm인 삼각형의 최대 넓이는?

- ① 90 cm² ② 92 cm² ③ 94 cm²
④ 96 cm² ⑤ 98 cm²

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하면

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 28x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 98\end{aligned}$$

30. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

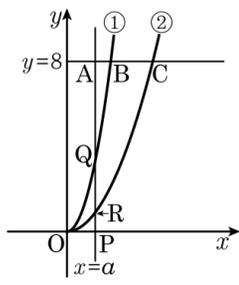
- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$
$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

31. 다음 그림은 이차함수 $y = 2x^2(x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{2}x^2(x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. 직선 $y = 8$ 이 y 축 및 곡선 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 와 점 A, B, C에서 만나고 $x = a$ 가 x 축 및 곡선 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 와 점 P, Q, R에서 만날 때, 원점과 점 C를 지나는 직선이 곡선 $\textcircled{1}$ 과 만나는 점의 좌표를 (p, q) 라 하자. 이 때 $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, 원점은 제외)



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

\overline{OC} 의 식은 $y = 2x$

$2x^2 = 2x, x^2 - x = 0, x(x - 1) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$

$\therefore (p, q) = (1, 2) (\because x \neq 0)$

$\therefore p + q = 1 + 2 = 3$

32. 이차함수 $y = ax^2 + 2bx + 4c$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나고 최솟값이 -6 일 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{4}{3}$

해설

$y = ax^2 + 2bx + 4c$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 각각 지나므로

$$4a - 4b + 4c = 0$$

$$a - b + c = 0$$

$$16a + 8b + 4c = 0$$

$$4a + 2b + c = 0$$

$$\therefore b = -a, c = -2a$$

또 주어진 함수의 최솟값이 -6 이므로

$$y = ax^2 + 2bx + 4c$$

$$= ax^2 - 2ax - 8a$$

$$= a(x-1)^2 - 9a$$

$$\therefore -9a = -6$$

따라서 $a = \frac{2}{3}$, $b = -\frac{2}{3}$, $c = -\frac{4}{3}$ 이므로 $a + b + c = -\frac{4}{3}$ 이다.

33. 이차함수 $y = x^2 - px + p^2 - 2p + 5$ 의 최솟값을 k 이라 할 때, k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{3}$

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - px + p^2 - 2p + 5 \\&= \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + p^2 - 2p + 5 \\&= \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}p^2 - 2p + 5\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}k &= \frac{3}{4}p^2 - 2p + 5 \\&= \frac{3}{4}\left(p - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{3}{4} \times \frac{16}{9} + 5 \\&= \frac{3}{4}\left(p - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{11}{3}\end{aligned}$$

따라서 $p = \frac{4}{3}$ 일 때, 최솟값 $\frac{11}{3}$ 을 갖는다.