

1. 이차방정식 $2x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 한 근을 A , $x^2 + 4x - 12 = 0$ 의 한 근을 B 라고 할 때, 다음을 구하여라.

$A^2 - 3A + B^2 + 4B$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

$2x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 한 근이 A 이므로

$$2A^2 - 6A - 1 = 0, \quad 2A^2 - 6A = 1, \quad A^2 - 3A = \frac{1}{2}$$

$x^2 + 4x - 12 = 0$ 의 한 근이 B 이므로

$$B^2 + 4B - 12 = 0, \quad B^2 + 4B = 12$$

$$\therefore A^2 - 3A + B^2 + 4B = \frac{1}{2} + 12 = \frac{25}{2}$$

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 근을 구하는 식을 유도하는 과정이다. 안에 알맞은 식을 써넣어라. (단, $b^2 - 4ac \geq 0$)

보기

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면 $x^2 + \frac{b}{a}x = -\square$ 이다.
좌변이 완전제곱식이 되도록 양변에 $\square$ 을 더하면 $x^2 + \frac{b}{a}x + \square = -\frac{c}{a} + \square$ 이다.
 $(x + \frac{b}{2a})^2 = \square$, $x + \frac{b}{2a} = \pm \square$
 $\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 풀이 참조

해설

좌변이 완전제곱식이 되도록 양변에 $\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더하면 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ 이다.
 $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$, $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
 $\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

3. 직선 $y = (b - 2a)x$ 가 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가한다. $ax^2 + bx + a = 0$ 의 근의 개수를 m 개, $bx^2 + 4ax + b = 0$ 의 근의 개수를 n 개라 할 때, $m - n$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 양수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = (b - 2a)x$ 가 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하므로 기울기 $b - 2a > 0$ 이다.
 $ax^2 + bx + a = 0$ 의 판별식을 보면 $b^2 - 4a^2 = (b - 2a)(b + 2a) > 0$ 이므로 $m = 2$ 이고,
 $bx^2 + 4ax + b = 0$ 의 판별식을 보면 $(4a)^2 - 4b^2 = 4(2a - b)(2a + b) < 0$ 이므로 $n = 0$ 이다.
따라서 $m - n = 2 - 0 = 2$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$