

1. 다음 ( )안에 알맞은 값을 차례로 나열한 것은?

두 직선  $2x - y + 1 = 0$ ,  $x + 2y - 2 = 0$  의 기울기의 곱은 ( )이고, 두 직선  $3x - y + 1 = 0$ ,  $6x - 2y + 5 = 0$  의 기울기의 차는 ( )이다.

① 1, -1

② -1, 1

③ -1, -1

④ 1, 0

⑤ -1, 0

해설

$$(1) 2x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 1$$

$$x + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$$

따라서, 기울기의 곱은

$$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$(2) 3x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 1$$

$$6x - 2y + 5 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + \frac{5}{2}$$

따라서, 기울기의 차는  $|3 - 3| = 0$

2. 두 점  $A(-3, 6)$ ,  $B(2, -3)$ 을 잇는 선분  $AB$ 가  $x$  축과 만나는 교점을  $P$ 라 할 때, 점  $P$ 의 좌표는?

①  $P(1, 0)$

②  $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

③  $P\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

④  $P\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

⑤  $P\left(\frac{1}{3}, 0\right)$

해설

$$y - 6 = \frac{-3 - 6}{2 - (-3)}(x + 3), y = -\frac{9}{5}x + \frac{3}{5}$$

$\therefore y = 0$  일 때

$$x = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } P\left(\frac{1}{3}, 0\right)$$

3. 직선  $x + 4y = 4$  가  $x$  축,  $y$  축에 의하여 잘린 부분의 길이는 ( 가 ) 이고, 이 직선과 양축에 의하여 둘러싸인 도형의 넓이는 ( 나 )이다. ( 가 ), ( 나 )에 알맞은 값은?

①  $\sqrt{15}, 2$

②  $4, 2\sqrt{2}$

③  $\sqrt{17}, 2$

④  $3\sqrt{2}, 2$

⑤  $\sqrt{17}, 2\sqrt{17}$

해설

$\frac{x}{4} + y = 1$  에서  $x$  절편은 4,  
 $y$  절편은 1 이므로 길이는  $\sqrt{17}$ , 넓이는 2

4. 세 점 A(-1, 4), B(0, 1), C(a, -5)가 한 직선 위에 있도록  $a$ 의 값을 정하면?

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

한 직선위에 있으려면 기울기가 같아야 한다.

$$\therefore \frac{4-1}{-1-0} = \frac{1-(-5)}{0-a}$$

$$\Rightarrow a = 2$$

5.  $(3k+2)x - (k+1)y + 4 = 0$  은  $k$  값에 관계없이 한 점  $A(a, b)$  를 지난다. 이때,  $a + b$  값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

준 식 :  $(3x - y)k + 2x - y + 4 = 0$

이 식이  $k$  에 대한 항등식이므로

$$3x - y = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + 4 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : x = 4, y = 12$$

$$\therefore A(a, b) = (4, 12)$$

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

6. 점  $(2, -3)$  과 직선  $3x - 4y + 1 = 0$  사이의 거리는?

- ①  $\frac{19}{5}$       ②  $\frac{14}{5}$       ③  $\frac{19}{4}$       ④  $\frac{16}{3}$       ⑤  $\frac{19}{7}$

해설

$$\therefore d = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{19}{5}$$

7. 점  $(2, -1)$  을 지나고 직선  $y = 2x + 4$  에 평행한 직선의 방정식은?

- ①  $y = \frac{1}{2}x - 2$       ②  $y = 2x - 5$       ③  $y = -2x - 5$   
④  $y = 2x + 2$       ⑤  $y = -2x + 5$

해설

$y = 2x + 4$  와 평행한 직선의 기울기는 2 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - (-1) = 2(x - 2)$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

8. 일차함수  $y = (a - 2)x + b + 2$  의 그래프가  $x$  축의 양의 방향과  $45^\circ$  의 각을 이루고,  $y$  절편이 5 일 때,  $a + b$  의 값을 구하면? (단,  $a, b$  는 상수)

① 0

② 3

③ 6

④ -6

⑤ -3

해설

$y = (a - 2)x + b + 2$  의 그래프가  
 $x$  축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가  
 $45^\circ$  이므로  
 $a - 2 = \tan 45^\circ = 1$  에서  $a = 3$   
또,  $y$  절편이 5 이므로  
 $b + 2 = 5$  에서  $b = 3$   
 $\therefore a + b = 6$

9. 점  $(2, 1)$ 을 지나고 직선  $x - 2y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 식을 구하면?

- ①  $y = 2x + 5$       ②  $y = -2x + 5$       ③  $y = 2x - 5$   
④  $y = 5x + 2$       ⑤  $y = 5x - 2$

해설

$$x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

이 직선에 수직하므로 기울기는  $-2$

$$y - 1 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 5$$

10. 세 직선  $l: y = -\frac{1}{2}x + 4$ ,  $m: x + 2y - 2 = 0$ ,  $n: 2x - y + 4 = 0$  에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 두 직선  $l$  과  $m$  은 평행하다.
- ㉡ 두 직선  $m$  과  $n$  은 수직이다.
- ㉢ 두 직선  $l$  과  $n$  은 수직이다.

- ① ㉠
- ② ㉢
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$l: y = -\frac{1}{2}x + 4$   
 $m: x + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$   
 $n: 2x - y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 4$   
㉠ 두 직선  $l$  과  $m$  은 기울기는 같고  
y 절편은 다르므로 평행하다. (참)  
㉡ 두 직선  $m$  과  $n$  의 기울기의 곱은  
 $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 = -1$  이므로 수직이다. (참)  
㉢ 두 직선  $l$  과  $n$  의 기울기의 곱은  
 $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 = -1$  이므로 수직이다. (참)  
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

11. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선이 직선  $x + 2y - 3 = 0$ 과 직교하고, 그 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분한다. 이때,  $3a + b$ 의 값은?

- ① 3
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로  
 $\frac{b-2}{a-3} = 2$   
 $b-2 = 2(a-3), b = 2a-4 \cdots \cdots \textcircled{1}$   
 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점은  
 $\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1}\right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고,  
이 점은 직선  $x + 2y - 3 = 0$  위에 있으므로  
 $\frac{2a+3}{3} + 2 \frac{2b+2}{3} - 3 = 0,$   
 $a + 2b - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  
 $a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5}$   
 $\therefore 3a + b = 5$

12. 세 직선  $2x - y - 4 = 0$ ,  $x - 2y - 2 = 0$ ,  $y = ax + 2$  가 오직 한 점에서 만날 때, 상수  $a$  의 값은?

① 2                      ② 1                      ③ 0                      ④ -1                      ⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$$2x - y - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - 2y - 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$y = ax + 2 \cdots \textcircled{3} \text{이라 할 때,}$$

①, ②의 교점이 ③위에 있으면, 한 점에서 만나므로

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 0$$

두 직선의 교점 (2, 0) 이 직선  $y = ax + 2$  를 지나면 한 점에서 만나므로

$$0 = 2a + 2, 2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$

13. 두 직선  $x + y - 4 = 0$ ,  $2x - y + 1 = 0$ 의 교점과 점  $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면  $y = ax + b$ 이다.  $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -28$

해설

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \text{ 을 연립하면}$$

교점 :  $(1, 3) \Rightarrow (1, 3), (2, -1)$ 을 지나는 직선

$$y = \frac{-1 - 3}{2 - 1}(x - 1) + 3$$

$$\Rightarrow y = -4x + 7$$

$$\therefore a = -4, b = 7$$

$$\therefore ab = -28$$

14. 두 점  $(2, 3)$ ,  $(1, 2)$ 를 지나는 직선 위에 두 직선  $y - 3x - 4 = 0$ ,  $y - ax - 2 = 0$ 의 교점이 있다고 할 때,  $a$ 의 값을 구하면?

①  $\frac{2}{3}$

②  $\frac{4}{3}$

③  $\frac{5}{3}$

④  $\frac{8}{3}$

⑤  $\frac{10}{3}$

해설

결국 세 직선의 교점이 일치하므로

두 점  $(2, 3)$ ,  $(1, 2)$ 를 지나는

직선과 직선  $y - 3x - 4 = 0$ 의 교점이

직선  $y - ax - 2 = 0$  위에 있다.

두 점  $(2, 3)$ ,  $(1, 2)$ 를 지나는 직선은

$$y - 2 = \frac{3 - 2}{2 - 1}(x - 1)$$

$$\therefore y = x + 1$$

따라서 두 직선

$$y - 3x - 4 = 0 \text{과 } y = x + 1 \text{의 교점은 } \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

교점이  $y - ax - 2 = 0$  위에 있으므로

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}a - 2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}$$

15. 두 직선  $x + y = 4$ ,  $2x - y + 1 = 0$ 의 교점과 점  $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

①  $y = 4x + 7$

②  $y = 4x - 7$

③  $y = -4x + 7$

④  $y = -4x - 7$

⑤  $y = -x + 7$

해설

두 직선의 방정식

$$\begin{cases} x + y = 4 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x - y + 1 = 0 & \cdots \textcircled{B} \end{cases} \text{을 연립하여 풀면}$$

$$x = 1, y = 3$$

즉, 교점  $(1, 3)$  과  $(2, -1)$  을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 3 = \frac{-1 - 3}{2 - 1}(x - 1)$$

$$\text{즉, } y = -4x + 7$$

16.  $x$ 축 위의 점 P로부터 직선  $4x + 3y + 2 = 0$ 까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P의 좌표를  $(\alpha, 0)$ 이라 하면

P에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\therefore |4\alpha + 2| = 10$$

$$4\alpha + 2 = \pm 10$$

$$\therefore \alpha = 2, -3$$

$$\therefore \text{거리 } l \text{ 은 } l = 2 - (-3) = 5$$

17. 직선  $x+ay-1=0$  과  $x$  축,  $y$  축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가  $\frac{1}{4}$  일 때,  $a$  의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$  의  $x$  절편은  $(1, 0)$   $y$  절편은  $(0, \frac{1}{a})$  이다.

$\therefore$  삼각형의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$

18. 다음 두 직선 사이의 거리가  $\sqrt{10}$  일 때, 양수  $k$ 의 값을 구하시오.

$3x - y - 6 = 0 \text{ , } \quad 3x - y + k = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k = 4$

해설

직선  $3x - y - 6 = 0$  위의 한 점  $(2, 0)$  에서 직선

$3x - y + k = 0$  까지의 거리가  $\sqrt{10}$  이므로

$$\frac{|3 \times 2 - 0 + k|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|6 + k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$|6 + k| = 10$$

따라서  $k = 4$  ( $\because k$  는 양수)

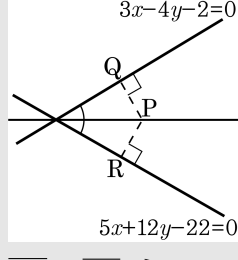
19. 두 직선  $3x-4y-2=0$ ,  $5x+12y-22=0$  이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이  $ax+by+c=0$  일 때,  $a+b+c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점  $P(X, Y)$  에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$  이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

20. 점  $(a, b)$ 가 직선  $2x - y - 2 = 0$  위를 움직일 때, 점  $(a, a + b)$ 의 자취의 방정식은?

- ①  $y = 3x - 2$
- ②  $y = 4x - 3$
- ③  $y = 5x - 4$
- ④  $y = 6x - 5$
- ⑤  $y = 7x - 6$

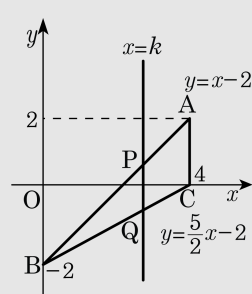
해설

$x = a \cdots \textcircled{1}$   
 $y = a + b \cdots \textcircled{2}$ 에서  
 $a, b$ 를 소거한다.  
점  $(a, b)$ 가 직선  $2x - y - 2 = 0$  위를  
움직이므로  $2a - b - 2 = 0$   
 $\therefore b = 2a - 2$  이것을  $\textcircled{2}$ 에 대입하면  
 $y = 3a - 2$   
 $\therefore y = 3x - 2$  ( $\because \textcircled{1}$ )

21. 세 점 A (4, 2), B (0, -2), C (4, 0)을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 직선  $x = k$ 가 삼각형 ABC의 넓이를 이등분할 때,  $k$ 의 값은?

①  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$       ②  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$       ③  $2\sqrt{2}$       ④ 3      ⑤  $\sqrt{10}$

해설



직선  $x = k$ 와  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 P, Q라 하면

$$P(k, k-2), Q\left(k, \frac{1}{2}k-2\right) \text{이다.}$$

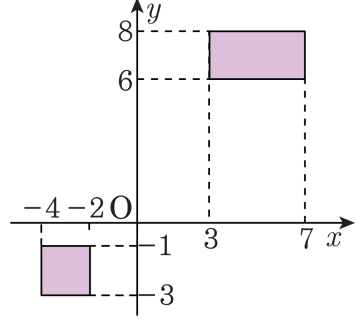
삼각형 ABC의 넓이가  $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ 이므로

삼각형 PBQ의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \left\{ (k-2) - \left( \frac{1}{2}k - 2 \right) \right\} \times k = 2, \quad k^2 = 8$$

$$\therefore k = 2\sqrt{2} \quad (\because 0 < k < 4)$$

22. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형과 직사각형이 놓여 있다. 이 정사각형과 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 기울기는?



- ①  $\frac{9}{10}$
- ②  $\frac{9}{8}$
- ③  $\frac{8}{7}$
- ④  $\frac{4}{3}$
- ⑤ 1

해설

직사각형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 M이라 하자.  
점 M을 지나는 임의의 직선  $l$  이 직사각형과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하면  
 $l$ 의 기울기에 관계없이  $\triangle BMQ = \triangle DMP$  이므로,  
M을 지나는 임의의 직선은 직사각형의 넓이를 이등분한다.  
정사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는  $(-3, -2)$   
직사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는  $(5, 7)$ 이므로  
두 점을 지나는 직선의 기울기는  
$$\frac{7 - (-2)}{5 - (-3)} = \frac{9}{8}$$

23. 좌표평면 위의 점 A(-1, 0) 을 지나는 직선  $l$  이 있다. 점 B(0, 2) 에서 직선  $l$  에 이르는 거리가  $\sqrt{5}$  일 때, 직선  $l$  의 기울기는?

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

해설

직선  $l$  의 기울기를  $m$  이라 하면  $y = m(x + 1)$

$$\therefore mx - y + m = 0$$

점 B(0, 2) 에서

$$\text{직선 } l \text{ 까지의 거리는 } \frac{|-2 + m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$4m^2 + 4m + 1 = 0$$

$$(2m + 1)^2 = 0$$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}$$

24. 좌표평면에서 원점과 직선  $x+y-2+k(x-y)=0$  사이의 거리를  $f(k)$  라 할 때,  $f(k)$  의 최댓값은? (단,  $k$  는 실수)

① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④ 2      ⑤  $\sqrt{5}$

해설

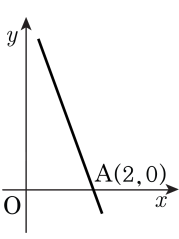
준식을 변형하면  $(1+k)x+(1-k)y-2=0$  이므로

$$f(k) = \frac{|-2|}{\sqrt{(1+k)^2+(1-k)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2+1}}$$

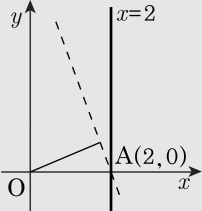
따라서,  $k=0$  일 때  $f(k)$  의 최댓값은  $\sqrt{2}$

25. 점  $A(2,0)$  을 지나는 임의의 직선  $l$  에 대하여 원점  $O$  와 직선  $l$  사이의 거리의 최댓값은?

- ① 2
- ② 3
- ③  $2\sqrt{2}$
- ④  $\sqrt{5}$
- ⑤ 4



해설



다음의 그림에서 점  $A(2,0)$  을 지나고  
 $y$  축에 평행한 직선  $l$  , 곧 직선  $x=2$  에 대하여  
원점  $O$  와  $l$  사이의 거리가 최대가 되며  
이 때 그 거리는 2 이다