

1. $x = \alpha$ 가 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 한 근일 때, $\alpha - \frac{2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 + 3\alpha - 2 = 0$

양변을 α 로 나누어 주면 $\alpha + 3 - \frac{2}{\alpha} = 0$

$\therefore \alpha - \frac{2}{\alpha} = -3$

2. 두 이차방정식 $x^2 - 5x - 36 = 0$, $2x^2 + 11x + 12 = 0$ 의 공통근이 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = -4, 9$$

$$2x^2 + 11x + 12 = 0 \Rightarrow (2x + 3)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, -4$$

두 이차방정식의 공통근 $x = -4$

이차방정식 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 에 $x = -4$ 를 대입하면,

$$2(-4)^2 - 4m - 4m = 0$$

$$m = 4 \text{ 이다.}$$

3. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

- ① $m > 3$ ② $m < -6$ ③ $m = 0$
④ $m < 3$ ⑤ $m > -6$

해설

$$\begin{aligned} \frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로} \\ m + 6 < 0 \\ \therefore m < -6 \end{aligned}$$

4. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $2x^2 + 5x - 2 = 0$

② $3x^2 + 7x - 2 = 0$

③ $2x^2 - 3x - 1 = 0$

④ $x^2 + 2x + 4 = 0$

⑤ $(x-2)^2 = 6$

해설

④ $\frac{D}{4} = 1 - 1 \times 4 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

5. 이차방정식 $2x^2 + (4a^2 - 2a - 6)x + a + \frac{1}{2} = 0$ 의 두 근 α, β 의 조건이 다음과 같을 때, a 의 값은?

- i) 두 근의 절댓값이 같다.
ii) 두 근의 곱이 0 보다 작다.

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

i) 에서 (두 근의 합) = 0 이므로

$$2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(2a - 3)(a + 1) = 0$$

$$a = -1, a = \frac{3}{2}$$

ii) 에서 두 근의 곱 $a + \frac{1}{2} < 0$ 이므로 $a < -\frac{1}{2}$

$$\therefore a = -1$$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

- ① $x^2 + 6x - 2 = 0$ ② $x^2 - 6x + 2 = 0$
③ $x^2 + 6x - 4 = 0$ ④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 합}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 곱}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4\end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

7. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는?

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

두 자연수를 $x, x + 1$ 이라고 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 85$$

$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

∴ 연속하는 두 자연수는 6, 7