1. $-1 \le x \le 2,\ -5 \le y \le -2$ 일 때, $3x-2y$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16 ② -8 ③ 8 ④ 16 ⑤ 18

해설

$-1 \le x \le 2$ 이므로 $-3 \le 3x \le 6 \cdots\cdots$ ㉠
$-5 \le y \le -2$ 이므로 $4 \le -2y \le 10 \cdots\cdots$ ㉡
㉠ +㉡을 하면 $1 \le 3x-2y \le 16$ 따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 16

2. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x+3<18 \\ -3x+2<0 \end{cases}$ 의 해가 <u>아닌</u> 것은?

① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$\begin{cases} 5x+3<18 \\ -3x+2<0 \end{cases}$ 을 풀면 $\begin{cases} x<3 \\ x>\frac{3}{2} \end{cases}$ 이므로

$\frac{2}{3}<x<3$

3. 두 점 (3, 2), (4, 5)를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 3 인 직선의 방정식은?.

① $y=3x-9$ ② $y=-3x+9$ ③ $y=-3x-3$
④ $y=\frac{1}{3}x-9$ ⑤ $y=3x+5$

해설

두 점 (3, 2), (4, 5)를 지나는 직선의 방정식은

$y-2=\frac{5-2}{4-3}(x-3)$

따라서 구하고자 하는 직선의 방정식은 기울기가 3 이고 x 절편이 3 이므로

$y=3(x-3)$ $\therefore$ $y=3x-9$

4. 두 그래프 $kx+y=-3$과 $2x+(k-1)y=6$이 만나지 않을 때, 상수 k의 값은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

두 그래프가 만나지 않으므로,

연립방정식 $\begin{cases} kx+y=-3 & \cdots\cdots\cdots ㉠ \\ 2x+(k-1)y=6 & \cdots\cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해는 없다.

즉, 위의 방정식을 x에 대하여 정리하면

㉠ $\times (k-1) -$ ㉡에서 $(k^2-k-2)x=-3(k+1)$

$\therefore\ (k-2)(k+1)x=-3(k+1)$

여기서, $k=2$이면 $0\cdot x=-9$이므로

연립방정식의 해가 없다.

따라서 구하는 k의 값은 $k=2$

(다른 풀이) 두 직선이 평행하기 위한 조건은

$\frac{2}{k}=\frac{k-1}{1}=\frac{6}{-3}$

$\therefore k=2$

5. 중심이 원점이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 3$ ② $x^2 + y^2 = 1$
③ $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 3^2$ ④ $x^2 + y^2 = 3^2$
⑤ $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 3$

해설
$(x-0)^2 + (y-0)^2 = 3^2 \Rightarrow \quad \therefore\ x^2 + y^2 = 9$

6. 사차방정식 $x^4+2x^3+2x^2-2x-3=0$의 모든 해의 총합은?

① $-2\sqrt{2}i$ ② $\sqrt{2}i$ ③ -2
④ -1 ⑤ 1

해설

(준식)$=(x-1)(x+1)(x^2+2x+3)=0$
실근의 합은 $1+(-1)=0$
허근의 합은 -2
모든 근의 합은 -2

7. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$의 한 근이 -1일 때, 상수 a의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$　　② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$　　④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$에서 $a = -3$
인수정리와 조립제법을 이용하면
(좌변) $= (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$
$x^2 - 2x - 1 = 0$의 근은 $1 \pm \sqrt{2}$
$\therefore a = -3$, 나머지 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

8. 삼차방정식 $x^3+x^2+ax+b=0$의 두 근이 -3, $1-\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -10　② -5　③ 0　④ 5　⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.
따라서, 근과 계수의 관계에 의하여
$a=(1-\sqrt{2})\left(1+\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1-\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1+\sqrt{2}\right)=-7$
$b=-\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)(-3)=-3$
$\therefore\ a+b=-10$

9. 두 점 $A(a,\ b)$, $B(-3,\ 4)$를 $3:1$로 외분하는 점을 $P(2,\ -1)$이라고 할 때, $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$P\left(\frac{3\cdot(-3)-1\cdot a}{3-1},\ \frac{3\cdot 4-1\cdot b}{3-1}\right)=P(2,\ -1)$ 이므로,

$\frac{3\cdot(-3)-1\cdot a}{3-1}=2$, $-9-a=4$, $a=-13$

$\frac{3\cdot 4-1\cdot b}{3-1}=-1$, $12-b=-2$, $b=14$

$\therefore\ a+b=1$

10. 두 원 $x^2+y^2+2x-6y+8=0$, $x^2+y^2-4y=0$ 의 공통현의 방정식은?

① $x-5y+4=0$
② $4x-3y+4=0$
③ $3x-3y+4=0$
④ $x-y+4=0$
⑤ $2x-y+1=0$

해설

두 원의 공통현의 방정식은
$x^2+y^2+2x-6y+8-\left(x^2+y^2-4y\right)=0$
$2x-2y+8=0$
$\therefore x-y+4=0$

11. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2,\ 3)$ 에서의 접선의 방정식은 $ax + by = 13$ 이다. $a + b$ 의 값은?

① -13　② -1　③ 0　④ 4　⑤ 5

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식
$x_1 x + y_1 y = r^2$ 을 이용하면,
$2x + 3y = 13$ $a = 2, b = 3$ $\quad \therefore\ a + b = 5$

12. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 31 = 0$을 평행이동하여 원 $x^2 + y^2 = c$를 얻었다. 이 때, 상수 c의 값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 16

해설

$x^2 + y^2 - 8x + 10y + 31 = 0$을 변형하면

$(x-4)^2 + (y+5)^2 = 10$

이 원이 평행이동하여 $x^2 + y^2 = c$가 되려면 $c = 10$

13. 두 부등식 $5x-2>2x+7$, $2x<4+2a$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a\le -1$　② $a<-1$　③ $a>-1$
④ $a>1$　⑤ $a\le 1$

해설

$5x-2>2x+7$, $x>3$
$2x<4+2a$,　$x<a+2$
해가 존재하지 않기 위해서는
$a+2\le 3$
$\therefore\ a\le 1$

14. 서로 평행한 두 직선 $2x+y=1$, $2x+y=a$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점에서 나머지 직선까지의 거리를 계산하면 된다.

$2x+y=1$ 의 $(0,1)$

$$\frac{|2\times 0+1\times 1-a|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$$

$|1-a|=5$

$\therefore \ a=6 \ (\because \ a>0)$

15. 원 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 에 외접하고, 동시에 점 $(-2,\ 0)$ 에서 x 축에 접하는 원의 둘레의 길이는?

① $\frac{14}{3}\pi$ ② 5π ③ $\frac{16}{3}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{15}{4}\pi$

해설

x 축에 접하는 원의 방정식은
$(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$
$(-2,\ 0)$ 을 지나므로
$(-2-a)^2+b^2=b^2 \ \Rightarrow \ a=-2$
$(x+2)^2+(y-b)^2=b^2$
$(x-1)^2+(y-4)^2=4$ 에 외접하므로 중심 사이의 거리는 반지름의 길이 합과 같다.
$\Rightarrow \quad \sqrt{(1+2)^2+(4-b)^2}=b+2$
$\Rightarrow \quad b=\frac{7}{4}$
$\therefore 2\cdot\pi\cdot\frac{7}{4}=\frac{7}{2}\pi$