

1. 이차방정식 $x^2 - x = 6x - 2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
(단, a, b 는 유리수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 7, b = 41$ 이므로

$a + b = 48$ 이다.

2. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \text{ 이므로 } A = -5, B = 37$$

$$\therefore A + B = 32$$

3. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$

② $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0 \rightarrow x = -1$ 또는 $x = 3$

③ $0.1x^2 - \frac{1}{5}x - 1 = 0 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 5$

④ $0.2x^2 - 0.3x - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

⑤ $x^2 - 0.5x - 0.1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$$x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{11}$$

④양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (x-2)(2x+1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

4. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

① $x=4$ (중근)

② $x=6$ (중근)

③ $x=8$ (중근)

④ $x=2$ 또는 $x=8$

⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x-8)^2 = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{중근})$$

5. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$
④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$ 이므로
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

6. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

7. 이차방정식 $2x^2 + Ax + B = 0$ 의 근이 $-5 \pm \sqrt{23}$ 일 때, 유리수 A, B 의 값은?

① $A : 20, B : 4$ ② $A : 20, B : 5$ ③ $A : 10, B : 4$

④ $A : 10, B : -5$ ⑤ $A : 10, B : 5$

해설

$2x^2 + Ax + B = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$$x = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 8B}}{4}$$

주어진 근을 변형하면 $\frac{-20 \pm \sqrt{368}}{4}$

$$\therefore A = 20, 400 - 8B = 368, B = 4$$

8. 이차방정식 $ax^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+a}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3} \text{ 에서}$$

$$a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$
 a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$
 $0 < -2 + \sqrt{5} < 1$
 $\therefore n = 0$

10. 이차방정식 $4x - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-a)$ 의 근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 일 때, $\frac{1}{2}ab$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 4 를 곱하면 $16x - (x^2 + 1) = 12(x - a)$
 $x^2 - 4x + (1 - 12a) = 0$
근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 이므로
두 근의 합은 $2b = 4 \quad \therefore b = 2$
두 근의 곱은 $b^2 - 15 = 1 - 12a \quad \therefore a = 1$
 $\therefore \frac{1}{2}ab = 1$

11. 이차방정식 $9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{2}{3}$

▷ 정답: $x = -\frac{2}{3}$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때

$$9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}, 9x^2 - 2 = 3x$$

$$9x^2 - 3x - 2 = 0, (3x+1)(3x-2) = 0$$

$$x \geq 0 \text{ 이므로 } x = \frac{2}{3}$$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}, 9x^2 - 2 = -3x$$

$$9x^2 + 3x - 2 = 0, (3x-1)(3x+2) = 0$$

$$x < 0 \text{ 이므로 } x = -\frac{2}{3}$$

(i), (ii)에서 $x = \pm \frac{2}{3}$

12. $(2m - n)^2 - 10(2m - n) + 21 = 0$ 을 만족하는 두 수 m, n 에 대하여 $2m - n$ 의 값이 될 수 있는 수들의 곱은?

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} 2m - n &= t \text{로 놓으면} \\ t^2 - 10t + 21 &= 0 \\ (t - 3)(t - 7) &= 0 \\ t &= 3 \text{ 또는 } t = 7 \\ \therefore 3 \times 7 &= 21 \end{aligned}$$

13. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 18 \\ 2(a-b)^2 - 11(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

▷ 정답: $b = -2$

해설

$a + b = A, a - b = B$ 라고 하면

$$2A^2 + 5A = 18$$

$$2A^2 + 5A - 18 = 0$$

$$(A - 2)(2A + 9) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a + b = 2 \cdots \textcircled{1}$

$$2B^2 - 11B = 6$$

$$2B^2 - 11B - 6 = 0$$

$$(2B + 1)(B - 6) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a - b = 6 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 에서 $2a = 8$ 이다.

따라서 $a = 4, b = -2$ 이다.

14. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x-2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

15. 이차방정식 $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$