

1. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

2. 이차방정식 $(x+3)(x-5) = -(x+3)$ 의 해를 옳게 구한 것은?

① $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = 4$

③ $x = 3$ 또는 $x = -4$

④ $x = 3$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 15 = -x - 3$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x+3)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 4$$

3. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$ 의 두 근이 $-3, b$ 일 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = 1, b = 3$

② $a = 2, b = 4$

③ $a = 1, b = 4$

④ $a = -1, b = -4$

⑤ $a = 1, b = -4$

해설

$$x = -3 \text{을 대입하면 } (-3)^2 - a(-3) - 12 = 0$$

$$3a = 12 - 9 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$\therefore b = 4$$

4. 두 근이 2, -3 이고, 이차항의 계수가 -1 인 이차방정식의 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$-(x-2)(x+3) = 0$
 $-(x^2+x-6) = 0$
 $-x^2-x+6 = 0$
따라서 상수항은 6 이다.

5. 다음 방정식의 공통근을 구하여라.

$$\begin{aligned}8x^2 + 14x - 15 &= 0 \\ 2x^2 - 3x - 20 &= 0\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned}8x^2 + 14x - 15 &= 0 \\ (2x + 5)(4x - 3) &= 0\end{aligned}$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned}2x^2 - 3x - 20 &= 0 \\ (2x + 5)(x - 4) &= 0\end{aligned}$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 공통근은 $x = -\frac{5}{2}$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = -3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

① 3

② 6

③ 15

④ 18

⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x = b$ 를 가지면

$$x^2 - 6x + a = -3 \leftrightarrow (x - b)^2 = 0$$

$$x^2 - 6x + a + 3 = 0 \leftrightarrow x^2 - 2bx + b^2 = 0$$

$$-6 = -2b, a + 3 = b^2$$

$$b = 3, a = 6$$

$$\therefore ab = 18$$

7. 이차방정식 $(x-a)^2 = b(b \geq 0)$ 의 해가 $x = 8$ 또는 $x = -2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

① $a = -3, b = -25$

② $a = -3, b = 25$

③ $a = 3, b = -25$

④ $a = 3, b = 25$

⑤ $a = 3, b = 5$

해설

$$x - a = \pm \sqrt{b}$$

$$x = a \pm \sqrt{b}$$

$$a + \sqrt{b} = 8, a - \sqrt{b} = -2$$

두 식을 변끼리 더하면

$$2a = 6, a = 3$$

$$\sqrt{b} = 5, b = 25$$

$$\therefore a = 3, b = 25$$

8. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12 ② 0 ③ -3 ④ -5 ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$

② $\frac{b}{2a}$

③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$

④ $-\frac{b}{2a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \therefore \textcircled{3} \text{ 이 잘못되었다.} \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $(x+3)^2 - 8(x+3) - 9 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x+3=t$ 로 치환하면
 $t^2 - 8t - 9 = 0$,
 $(t-9)(t+1) = 0$,
 $t=9$ 또는 $t=-1$,
 $x+3=9$ 또는 $x+3=-1$,
 $x=6$ 또는 $x=-4$,
따라서 두 근의 합은 $6-4=2$ 이다.

11. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $5x^2 + 12x - 6 = 0$ 의 모든 근 p 에 대해서도 $|p| < n$ 을 만족하는 최소의 양의 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$p = \frac{-6 \pm \sqrt{66}}{5}$$

$$\left| \frac{-6 - \sqrt{66}}{5} \right| = \left| \frac{6 + \sqrt{66}}{5} \right| < n$$

따라서 최소의 양의 정수 n 은 3이다.

13. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 존재하지 않는다.
④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

14. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-2)^2 - 8m = 0$$

$(k-2)^2 = 8m$ 이므로

$(m, k) = (2, 6)$ 이다.

확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.

$$\therefore a + b = 37$$

15. 방정식 $x^2 - 5x + 5 = |x - 3|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $x = 2 - \sqrt{2}$

해설

i) $x \geq 3$ 일 때
 $x^2 - 6x + 8 = 0$
 $(x - 2)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 4$
이때, $x \geq 3$ 이므로 $x = 4$
ii) $x < 3$ 일 때, $x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x = 2 \pm \sqrt{2}$
이때, $x < 3$ 이므로 $x = 2 - \sqrt{2}$
따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2 - \sqrt{2}$ 이다.