1. 평행이동 $f : (x, y) \to (x+2, y-1)$ 에 의하여 점 $(-4, 8)$ 은 점 (a, b) 로 옮겨진다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

평행이동 f 는 x 축의 방향으로 $+2$, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(-4+2, 8-1) = (a, b)$ 따라서 $a = -2, b = 7$

2. 직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 다시 $y = 2x - 3$ 의 그래프가 되었다. 이 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$y - b = 2(x - a) - 3$
직선의 방정식을 정리하면
$y = 2x - 2a - 3 + b$
원래 직선과 같아졌으므로
$-2a + b - 3 = -3$, $2a = b$,
$\therefore \frac{b}{a} = 2$

3. 도형 $(x+1)^2+(y-2)^2=5$ 를 x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 1 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $(x-1)^2+(y-1)^2=5$　② $(x-2)^2+(y+2)^2=5$

③ $(x-3)^2+(y+3)^2=5$　④ $(x-3)^2+(y-3)^2=5$

⑤ $(x+3)^2+(y-3)^2=5$

해설

$x-2=x'$　$y+1=y'$

라 하고 주어진 식에 대입한다.

$\Rightarrow$ $(x'+2+1)^2+(y'-1-2)^2=5$

$\Rightarrow$ $(x'+3)^2+(y'-3)^2=5$

$\Rightarrow$ $(x+3)^2+(y-3)^2=5$

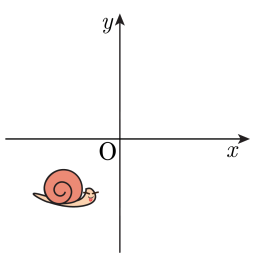
4. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2-8x+10y+31=0$을 평행이동하여 원 $x^2+y^2=c$를 얻었다. 이 때, 상수 c의 값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 16

해설

$x^2+y^2-8x+10y+31=0$을 변형하면
$(x-4)^2+(y+5)^2=10$
이 원이 평행이동하여 $x^2+y^2=c$가 되려면 $c=10$

5. 직교좌표계를 사용했을 때, 달팽이의 현재 위치는 $(-10, -10)$ 이다. 이 달팽이는 x 축 방향으로 2 , y 축 방향으로 2 만큼 평행이동 하는데 1 분이 걸린다고 한다. 이 달팽이가 원점에 도달하는데 걸린 시간은 몇 분인지 구하여라.



▶ 답 : 분

▷ 정답 : 5분

해설

달팽이가 x 축 방향으로 2 , y 축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다.
즉, $(-10, -10)$ 에서 $(-8, -8)$ 까지 가는데 1 분,
$(-6, -6)$ 까지 가는데 2 분, 같은 식으로 하면
원점에 도달하는데 총 5 분이 걸린다.

6. 평행이동 $(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$에 의하여 점$(3,\ 5)$가 점$(8,\ 20)$으로 이동했다고 할 때, $a+b$의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

점$(3,\ 5)$가 점$(8,\ 20)$으로 이동하려면 x축 방향으로 $+5$, y축 방향으로 $+15$만큼 평행이동 해야 한다. 따라서 $a=5,\ b=15$

7. 점$\mathrm{P}_1(1,\ 2)$를 점$\mathrm{P}_2(-1,\ 4)$로 옮기는 평행이동에 의하여 점$(2, -2)$는 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(0,\ 0)$ ② $(1,\ 1)$ ③ $(4,\ 0)$

④ $(4, -4)$ ⑤ $(1,\ 2)$

해설

주어진 평행이동은 x축 방향으로 -2, y축 방향으로 $+2$만큼 평행이동하므로 $(2-2, -2+2) = (0,\ 0)$으로 이동한다.

8. 점 $(2,\ 3)$ 을 점$(1,\ 5)$ 로 옮기는 평행이동 T 에 의하여 직선 $y=ax+b$ 가 직선 $y=3x-2$ 로 옮겨질 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -21

해설

평행이동 T 에 의하여 점 $(2,3)$ 이 점$(1,5)$ 로 옮겨지므로
$T : (x,y) \to (x+m, y+n)$ 이라고 하면,

$(2,3) \xrightarrow{T} (1,5)$ 에서
$2+m=1, 3+n=5 \quad \therefore m=-1, n=2$
$\therefore T : (x,y) \to (x-1, y+2)$
따라서, T 는 x 축의 방향으로 -1 만큼,
y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 평행이동이다.
한편, 평행이동 T 에 의하여 직선 $y=ax+b$ 가
옮겨지는 직선의 방정식은
$y-2=a(x+1)+b$
$\therefore y=ax+a+b+2 \cdots\cdots ㉠$
이때, ㉠이 $y=3x-2$ 와 같아야 하므로
$a=3, a+b+2=-2$
$\therefore a=3, b=-7 \quad \therefore ab=-21$

9. 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=5$ 을 x 축 방향으로 2 , y 축 방향으로 5 만큼 평행이동 했을 때, 이 원의 중심의 좌표를 (a,b) 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=6$

해설

원의 중심 $(1,-2)$ 를 x 축으로 2, y 축으로 5 평행 이동시키면, $(1,-2) \rightarrow (3,3)$

$\therefore a=3, b=3, a+b=6$

10. 평행이동 $f : (x,\ y) \to (x+a,\ y+4)$ 에 의해 원 $x^2+y^2=1$ 을 이동하였더니 원점에서 원의 중심까지의 거리가 5 가 되었다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행이동 $f : (x,\ y) \to (x+a,\ y+4)$ 는
x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
4 만큼 평행이동하는 것이므로
원 $x^2+y^2=1$ 을 평행이동하면 원의 중심
$(0,\ 0)$ 은 $(a,\ 4)$ 로 옮겨진다.
이 때, 두 점 $(0,\ 0)$ 과 $(a,\ 4)$ 의 거리가 5 이므로
$\sqrt{a^2+4^2}=5$
위의 식의 양변을 제곱하면
$a^2+16=25,\ a^2=9$
그런데 $a>0$ 이므로 $a=3$

11. 직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축을 따라 α 만큼 평행이동시킨 직선을 l, l 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m, m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 n 이라고 할 때, 직선 l 이 n 과 일치하도록 상수 α 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축 방향으로 α 만큼
평행이동시킨 직선 l 은
l : $y = 2(x - \alpha) + 4$
이것을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선 m 은
m : $(-y) = 2(x - \alpha) + 4$
n 은 m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로
n : $(-y) = 2(-x - \alpha) + 4$
이것을 정리하면 $y = 2x + 2\alpha - 4$ 이므로
l 과 n 이 일치하려면
$-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4$ 가 되어 $\alpha = 2$ 이다.

12. 좌표평면 위의 점 P$(x,\ y)$ 가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다. P가 점 A$(6,\ 5)$ 에서 출발하여 이떤 점 B 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다. A 에서 B 에 이르기까지 이동한 횟수는?

> ㉠ $y = 2x$ 이면 이동하지 않는다.
>
> ㉡ $y < 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.
>
> ㉢ $y > 2x$ 이면 y 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회 ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

$(6,\ 5) \to (5,\ 5) \to (4,\ 5) \to (3,\ 5) \to (2,\ 5) \to (2,\ 4)$
$\therefore$ 5 회 이동한다.

13. 점 $(1,\ 2)$ 를 점 $(a,\ b)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
$(x-m)+2(y-n)-1=0,\ x+2y-m-2n-1=0$을
$x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,
$-m-2n=-3\ \cdots$ ㉠
점 $(1,\ 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
$(1+m,\ 2+n)$
$\Rightarrow\ \ 1+m=a,\ \ 2+n=b$
$\Rightarrow\ \ a+2b=m+1+4+2n=8$
$(\because$ ㉠에서 $m+2n=3\ )$

14. $(x-1)^2+(y+2)^2=4$인 원을 x축 방향으로 a만큼 y축 방향으로 b만큼 평행이동 하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b사이의 관계식은?

① $a^2+b^2=1$ ② $a^2+b^2=4$ ③ $a^2+b^2=9$

④ $a^2+b^2=16$ ⑤ $a^2+b^2=25$

해설

$(x-1)^2+(y+2)^2=4$ …㉠

원 ㉠을 x축의 방향으로 a만큼,

y 의 방향으로 b만큼 평행이동하면

$\{(x-a)-1\}^2+\{(y-b)+2\}^2=4$

$\{x-(a+1)\}^2+\{y-(b-2)\}^2=4$ …㉡

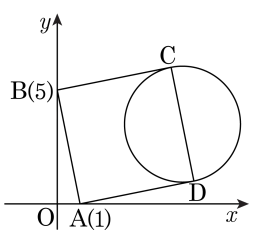
원 ㉠과 원 ㉡이 외접하므로 중심거리 d와 두 원 ㉠, ㉡의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.

$\therefore\ d=\sqrt{(a+1-1)^2+(b-2+2)^2}$

$=\sqrt{a^2+b^2}=2+2=4$

$\therefore\ a^2+b^2=16$

15. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 제 1 사분면에 정사각형 ABCD 가 있다. A(1, 0), B(0, 5) 일 때, 변 CD 를 지름으로 하는 원의 방정식은?



① $\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+\left(y-\frac{9}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$

② $\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$

③ $\left(x-\frac{13}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$

④ $\left(x-\frac{13}{2}\right)^2+\left(y-\frac{9}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$

⑤ $\left(x-\frac{13}{2}\right)^2+\left(y-\frac{11}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$

해설

정사각형이므로,

B → A : x 축으로 1, y 축으로 −5 이면

A → D : x 축으로 5, y 축으로 1 을 이동한다.

∴ D(6, 1)

마찬가지로 적용하면, C = (5, 6)

∴ 원의 중심 : $\left(\frac{6+5}{2}, \frac{6+1}{2}\right)=\left(\frac{11}{2}, \frac{7}{2}\right)$

반지름은 $\frac{\sqrt{1^2+5^2}}{2}$

⇒ $\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$