

1. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가  $x = 2$ ,  $y = -3$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$x = 2$ ,  $y = -3$ 을  
두 방정식  
 $2x + ay = 10$ ,  $x - y = b$ 에 대입하면  
모두 성립시키므로  $4 - 3a = 10$   
 $\therefore a = -2$   
 $2 - (-3) = b$   
 $\therefore b = 5$   
 $\therefore a + b = 3$

2. 연립방정식  $\begin{cases} x-2y=1 \\ xy-y^2=6 \end{cases}$  의 해를 구하면  $x=p, y=q$  또는  $x=r, y=s$ 이다.  $p+q+r+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x-2y=1 & \dots\text{㉠} \\ xy-y^2=6 & \dots\text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $x=2y+1 \dots\dots\text{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2+y-6=0(y-2)(y+3)=0$$

$$\therefore y=2, -3$$

$y=2, y=-3$ 을 ㉢에 대입하면

$$\text{각각 } x=5, x=-5$$

$$\therefore x=5, y=2 \text{ 또는 } x=-5, y=-3$$

3.  $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$  에서  $xy$ 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \dots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

ⓐ에서  $x=y+1$ 을 ⓑ에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{를 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

4. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대하여  $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

①  $3\sqrt{2}$

② 4

③  $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤  $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 3xy + 2y^2 &= 0 \\ (x-y)(x-2y) &= 0 \\ \Rightarrow (x-y)(x-2y) &= 0 \\ \Rightarrow x &= y \text{ 또는 } x = 2y \\ \text{i) } x &= y \\ x^2 + 2y^2 &= 3x^2 = 12 \\ x = \pm 2 &\Rightarrow y = \pm 2 \\ \text{ii) } x &= 2y \\ x^2 + 2y^2 &= 6y^2 = 12 \\ y = \pm \sqrt{2} &\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \\ x+y &= (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}) \end{aligned}$$

5. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$  의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \dots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \dots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면  $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

6. 연립방정식  $\begin{cases} x+y=2 \\ ax-y=3 \end{cases}$  의 해가 좌표평면의 제1사분면에 있기  
 위한 실수  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $a > -1$                       ②  $a < -1$                       ③  $a > \frac{3}{2}$   
 ④  $a < \frac{3}{2}$                           ⑤  $a > -2$

해설

$$\begin{cases} x+y=2 & \cdots \textcircled{A} \\ ax-y=3 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 에서  $(a+1)x=5$   
 $\therefore x = \frac{5}{a+1} \cdots \cdots \textcircled{C}$   
 $\textcircled{C}$ 을  $\textcircled{A}$ 에 대입하면  $\frac{5}{a+1} + y = 2$   
 $\therefore y = 2 - \frac{5}{a+1}$   
 그런데  $x > 0, y > 0$ 이므로  
 $\frac{5}{a+1} > 0, 2 - \frac{5}{a+1} > 0$ 에서,  
 $a > \frac{3}{2}$

7. 어떤 공장에서  $A$ ,  $B$ 의 두 제품을 생산하고 있다.  $A$  제품의 생산량은 작년에 비하여 20% 증가하였고,  $B$  제품은 25% 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의  $B$  제품의 생산량을 구하면?

▶ 답:                           개

▷ 정답: 40 개

**해설**

작년 두 제품의 생산량을 차례로  $a$ ,  $b$ 라고 하면,  
올해는 각각  $1.2a$ ,  $1.25b$ 이다.  
 $a + b = 70$ ,  $1.2a + 1.25b = 86$   
연립하여 풀면,  $a = 30$ ,  $b = 40$

8. 집과 A 정류장 사이의 거리를  $x$ m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를  $y$ m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나)를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.  
 (나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

- ① (가) $25x + 3y = 10500$ , (나) $x + y = 1680$   
 ② (가) $25x + 3y = 10500$ , (나) $x + y = 3360$   
 ③ (가) $25x + 3y = 15000$ , (나) $x + y = 1680$   
 ④ (가) $25x + 3y = 15000$ , (나) $x + y = 3360$   
 ⑤ (가) $25x + 3y = 15000$ , (나) $x + y = 1680$

**해설**

시속 30 km  $\Rightarrow$  분속 500 m  
 (가)  $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10$ ,  $\frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$   
 $\therefore 25x + 3y = 10500$   
 (나)  $\frac{x+y}{60} = 28$   
 $\therefore x + y = 1680$

9. 연립방정식  $\begin{cases} 2x^2 + 3xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$  의 해를  $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,

$\alpha + \beta$ 의 최솟값을 구하면?

- ① -8    ② -6    ③ -4    ④ -2    ⑤ 0

해설

$$\begin{cases} (2x - y)(x + 2y) = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

1)  $y = 2x$ 일 때

$$x^2 + 4x^2 = 5x^2 = 20 \quad \therefore x = \pm 2, y = \pm 4$$

2)  $x = -2y$ 일 때

$$4y^2 + y^2 = 5y^2 = 20$$

$$\therefore y = \pm 2, x = \mp 4 \text{ (복호동순)}$$

$$\therefore (x, y) = (2, 4), (-2, -4), (-4, 2), (4, -2)$$

$$\therefore \alpha + \beta = 6, -6, -2, 2$$

그러므로  $\alpha + \beta$ 의 최솟값은 -6



11. 두 방정식  $(x+y-1)(x-y-1)=0$ ,  $x^2-y^2=0$ 을 동시에 만족하는 해의 개수는?

- ① 없다.    ② 1쌍    ③ 2쌍    ④ 3쌍    ⑤ 4쌍

**해설**

연립방정식

$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \dots\text{㉠} \\ x^2-y^2=0 & \dots\text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $y = \pm(x-1) \dots\text{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하면

$$x^2 - (x-1)^2 = 0,$$

$$2x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\text{㉢에서 } y = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$\therefore$  연립방정식의 해는  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 의 2쌍이다.

12.  $2xy = x^2$ ,  $2xy = y^2 - y$ 를 동시에 만족하는  $(x, y)$ 의 개수는?

- ① 0개    ② 1개    ③ 2개    ④ 3개    ⑤ 4개

해설

$$\begin{cases} 2xy = x^2 & \dots \text{㉠} \\ 2xy = y^2 - y & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

라 하면 ㉠에서  $x = 0$  또는  $x = 2y$

(i)  $x = 0$ 일 때;

㉡에서  $y^2 - y = 0$

$\therefore y = 0, 1$

(ii)  $x = 2y$ 일 때;

㉡에서  $4y^2 = y^2 - y$

$\therefore y = 0, -\frac{1}{3}$

$\therefore = (0, 0), (0, 1), \left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

13. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ 4x^2 - 9xy + y^2 = -14 \end{cases}$  에서  $x + y$ 의 값을  $a, b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값은? (단,  $x, y$ 는 양수,  $a > b$ )

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} x^2 - xy + y^2 &= 7 && \dots \textcircled{1} \\ 4x^2 - 9xy + y^2 &= -14 && \dots \textcircled{2} \\ \textcircled{2} \text{ 식} + 2 \times \textcircled{1} \text{ 식에 대입하면} \\ 6x^2 - 11xy + 3y^2 &= 0 && (3x - y)(2x - 3y) = 0 \\ \therefore 3x &= y \text{ or } 2x = 3y \\ \textcircled{1}: 3x = y \text{를 } \textcircled{1} \text{식에 대입하면} \\ 7x^2 = 7x = 1(x > 0), & y = 3 \\ \therefore x + y &= 4 \\ \textcircled{2}: 2x = 3y \text{를 } \textcircled{2} \text{식에 대입하면} \\ 7y^2 = 28, y^2 = 4, y = 2(y > 0), & x = 3 \\ \therefore x + y &= 5 \\ a > b \text{이므로 } a = 5, b = 4 \\ \therefore a - b &= 1 \end{aligned}$$

14. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$ ,  $xy = v$  로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$\therefore u = \pm 7, v = 12$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 \quad \cdots \textcircled{\ominus} \\ xy = 12 \quad \cdots \textcircled{\omin�} \end{cases}$$

또는 
$$\begin{cases} x + y = -7 \quad \cdots \textcircled{\omin�} \\ xy = 12 \quad \cdots \textcircled{\omin�} \end{cases}$$

(i)  $\textcircled{\omin�}, \textcircled{\omin�}$ 에서  $x, y$  는 이차방정식  $t^2 - 7t + 12 = 0$  의 두 근이

므로  $x = 3, y = 4$  또는  $x = 4, y = 3$

(ii)  $\textcircled{\omin�}, \textcircled{\omin�}$ 에서  $x, y$  는 이차방정식  $t^2 + 7t + 12 = 0$  의 두 근이

므로  $x = -3, y = -4$  또는  $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

15. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x, y$  는  $t$  에 대한 이차방정식  $t^2 + 3t - 4 = 0$  의 두 근이므로  
 $(t - 1)(t + 4) = 0$  에서

$t = 1$  또는  $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

16.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  $x^2 - ax + 10 = 0$ ,  $x^2 + x + b = 0$ 이 공통근 2를 가질 때, 두 이차방정식의 공통근이 아닌 나머지 두 근의 합은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x^2 - ax + 10 = 0$ ,  $x^2 + x + b = 0$ 의 공통근이 2이므로  $x = 2$ 를 두 이차방정식에 각각 대입하면 성립한다.

$$2^2 - 2a + 10 = 0, 2^2 + 2 + b = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

이 때,  $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서

$$(x-2)(x-5) = 0 \text{이므로 } x = 2, 5$$

또,  $x^2 + x - 6 = 0$ 에서

$$(x-2)(x+3) = 0 \text{이므로 } x = 2, -3$$

따라서 공통근이 아닌 나머지 두 근은

5, -3이므로 두 근의 합은 2이다.

17. 넓이가 30 이고, 둘레의 길이가 30 인 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설



$$\frac{1}{2}ab = 30, ab = 60$$

$$a + b + c = 30, a + b = 30 - c$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (a + b)^2 - 2ab = c^2$$

$$(30 - c)^2 - 2 \cdot 60 = c^2$$

$$c^2 - 60c + 900 - 120 = c^2$$

$$60c = 780, \therefore c = 13$$

18. 연립방정식  $\begin{cases} 2x + y = k \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$  가 오직 한 쌍의 해를 가질 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ①  $\pm 1$     ②  $\pm 3$     ③  $\pm 5$     ④  $\pm 7$     ⑤  $\pm 9$

해설

$$\begin{cases} 2x + y = k & \dots \text{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $y = k - 2x$  를 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (k - 2x)^2 = 5$$

$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$  이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$$

$$-k^2 + 25 = 0, k^2 = 25$$

$$\therefore k \pm 5$$

19. 두 이차방정식  $ax^2 + 4x + 2 = 0$ ,  $x^2 + ax + 1 = 0$  이 오직 하나의 공통근을 갖도록 하는 상수  $a$  의 값을 구하면?

- ①  $-\frac{5}{3}$     ②  $-\frac{7}{2}$     ③  $-\frac{5}{2}$     ④  $-\frac{1}{2}$     ⑤  $-\frac{5}{7}$

해설

공통근을  $t$  라 하면

$$at^2 + 4t + 2 = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$t^2 + at + 1 = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} - \textcircled{B} \times 2 : (a-2)t^2 + (4-2a)t = 0$$

$$(a-2)t(t-2) = 0$$

이때,  $a = 2$  이면 두 방정식은 서로 같으므로  $a \neq 2$

그런데  $t = 0$  이면  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 의 해가 존재하지 않으므로  $t = 2$

따라서  $\textcircled{B}$ 에서  $2a + 5 = 0$

$$\therefore a = -\frac{5}{2}$$

20. 각 수가 다른 두 수의 곱이 되는 0이 아닌 실수의 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는?

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

해설

$$a = bc, b = ca, c = ab,$$

$$abc = (bc)(ca)(ab) = (abc)^2,$$

$$abc \neq 0, abc = 1,$$

$$abc = a^2 = b^2 = c^2 = 1$$

$$a = \pm 1, b = \pm 1, c = \pm 1$$

그러나  $abc = 1$  이므로,  $a, b, c$  중에서 -1인 것은 없거나 2

개이다.

$$\therefore (a, b, c) = (1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, 1, -1), (-1, -1, 1)$$

21.  $p$ 가 실수일 때, 두 이차방정식  $x^2+px+3=0$ ,  $x^2+3x+p=0$ 이 오직 한 개의 공통근  $\alpha$ 를 갖는다고 한다. 이 때,  $\alpha-p$ 의 값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\alpha^2 + p\alpha + 3 = 0$$

$$\alpha^2 + 3\alpha + p = 0$$

$$\alpha(p-3) - (p-3) = (\alpha-1)(p-3) = 0$$

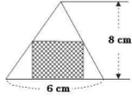
$$\alpha = 1 \text{ or } p = 3$$

$$p = 3 \text{ 이면 두 다항식이 같아지므로 } \alpha = 1$$

$$\therefore 1 + p + 3 = 0 \quad \therefore p = -4$$

$$\therefore \alpha - p = 1 - (-4) = 5$$

22. 철민이는 그림과 같이 밑변의 길이가 6 cm, 높이가 8 cm 인 삼각형 모양의 나무 판자를 가지고 있다. 이 판자를 그림과 같이 잘라 넓이가  $12\text{ cm}^2$  인 직사각형 모양의 판자를 만들려고 한다. 이 때, 이 판자의 가로 길이를 구하여라.



▶ 답:            cm

▷ 정답: 3 cm

**해설**

삼각형에 내접하는 직사각형의 가로를  $\alpha$ , 세로를  $\beta$  라 하자.

다음 조건에 의해  $\alpha : 8 - \beta = 3 : 4$

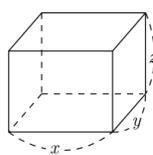
$$\Rightarrow 3\beta = 24 - 4\alpha,$$

넓이가 12 이므로  $\alpha\beta = 12$

$$\therefore \alpha\beta = \alpha\left(8 - \frac{4}{3}\alpha\right) = 12, (\alpha - 3)^2 = 0$$

$$\therefore \alpha = 3$$

23. 다음 그림과 같이 가로 길이, 세로 길이, 높이가  $x, y, z$  인 직육면체의 12 개의 모서리의 길이가 평균이 8, 표준편차가 2 이다. 이 때, 6 개면의 넓이의 평균은?



- ① 53      ② 56      ③ 59  
 ④ 62      ⑤ 65

해설

$$\frac{4(x+y+z)}{12} = 8 \Rightarrow x+y+z = 24$$

$$\frac{4(x^2+y^2+z^2)}{12} - 8^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 204$$

$$xy+yz+zx = \frac{(x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2)}{2} = 186$$

$$\frac{2(xy+yz+zx)}{6} = \frac{xy+yz+zx}{3} = \frac{186}{3} = 62$$

24.  $x, y$  에 대한 연립방정식  $\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=\frac{a^2+1}{4} \end{cases}$

이 실근을 가질 때, 실수  $a$  의 범위를 구하면?

①  $a \geq -\frac{3}{4}$

②  $a > -\frac{1}{2}$

③  $-1 < a < 1$

④  $a \leq \frac{2}{3}$

⑤  $a < 2$

해설

$$\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=\frac{a^2+1}{4} \end{cases}$$

의 해  $x, y$  를 두 근으로 하는  $t$  에 대한 이차방정식은  $t^2 -$

$$(a+2)t + \frac{a^2+1}{4} = 0$$

위의 방정식이 실근을 가지려면

$$D = (a+2)^2 - 4 \times \frac{a^2+1}{4} \geq 0$$

$$4a+3 \geq 0$$

$$\therefore a \geq -\frac{3}{4}$$

25. 어떤 문자도 0은 아니고,  $xy = a$ ,  $xz = b$ ,  $yz = c$  라고 할 때,  $x^2 + y^2 + z^2$  은?

①  $\frac{ab + ac + bc}{abc}$

②  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$

③  $\frac{(a + b + c)^2}{abc}$

④  $\frac{(ab + ac + bc)^2}{abc}$

⑤  $\frac{(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2}{abc}$

해설

$$abc = x^2 y^2 z^2 = x^2 c^2, x^2 = \frac{ab}{c}$$

$$\text{마찬가지로, } y^2 = \frac{ac}{b}, z^2 = \frac{bc}{a}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} \\ &= \frac{(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2}{abc} \end{aligned}$$