

1. x 가 -2, -1, 0, 1, 2 일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$ 에서

$x = -2$ 를 대입하면

$2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 20 \neq 0$

$x = -1$ 을 대입하면

$2 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 2 = 9 \neq 0$

$x = 0$ 을 대입하면 $2 \times 0^2 - 5 \times 0 + 2 = 2 \neq 0$

$x = 1$ 을 대입하면 $2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2 = -1 \neq 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $2 \times 2^2 - 5 \times 2 + 2 = 0$

2. 이차방정식 $3x^2 - (2k + 3)x - 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을 a 라고 한다.
 $a - \frac{1}{a} = k$ 일 때, $(k - 1)^2$ 의 값은?

① 25 ② 16 ③ 9 ④ 4 ⑤ 1

해설

a 가 주어진 방정식의 근이므로 $x = a$ 에 대입하면

$$3a^2 - (2k + 3)a - 3 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면, } 3a - (2k + 3) - \frac{3}{a} = 0$$

$$3\left(a - \frac{1}{a}\right) = 2k + 3, 3k = 2k + 3 \therefore k = 3$$

$$\therefore (k - 1)^2 = 4$$

3. 이차방정식 $15-x=(x-3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p+2q$ 의 값을 구하여라.(단, $p > q$)

① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^2-5x-6=0, (x+1)(x-6)=0$$

$$\therefore x=-1, 6$$

$$p > q \text{ 이므로 } p=6, q=-1$$

$$\therefore p+2q=6+2 \times (-1)=4$$

4. 이차방정식 $x^2 + ax - 16 = 0$ 의 한 근이 8 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 합을 구하면?

① -8 ② 8 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

$x^2 + ax - 16 = 0$ 에
 $x = 8$ 을 대입하면 $a = -6$
 $x^2 - 6x - 16 = 0$
 $(x - 8)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = 8$ 또는 $x = -2$
 $\therefore a + x = -6 - 2 = -8$

5. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{A}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } \alpha = -1 \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } \alpha = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면}$$

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

6. 이차방정식 $x^2 + 8x - 4 = 0$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값은?

① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

해설

$$x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$(x+4)^2 - 4 - 16 = 0$$

$$(x+4)^2 = 20$$

$$\therefore a = 4, b = 20$$

$$\therefore a + b = 24$$

7. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x+a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

8. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?
- ① $x = -2$ 또는 $x = 5$ ② $x = -3$ 또는 $x = -5$
③ $x = -4$ 또는 $x = 6$ ④ $x = 4$ 또는 $x = -6$
⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.
 A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
 $c = (-3) \times 8 = -24$
 B 는 상수항을 잘못 보았으므로
 $-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$
따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -6$

9. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

10. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

12. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $-1, 2$ 일 때, 이차방정식 $px^2 + qx + 2 = 0$ 의 두 근의 합은?
(단, p, q 는 상수)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{p}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{q}{2}$

$$2 + (-1) = -\frac{p}{2}, \quad 2 \times (-1) = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -2, \quad q = -4$$

이차방정식 $-2x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서

$$\text{두 근의 합은 } -\frac{(-4)}{(-2)} = -2$$

13. $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2-kx-m=0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k-m$ 의 값은?
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{3+\sqrt{2}} &= \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3-\sqrt{2} = 1.\times\times\times \\ \therefore a &= 1, b = 2-\sqrt{2} \\ 2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2} &\text{가 } ax^2-kx-m=0 \text{ 의 근이므로} \\ \frac{k}{a} &= 4, -\frac{m}{a} = 2 \\ \therefore k &= 4, m = -2 \\ \therefore k-m &= 4-(-2) = 6 \end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 + 2kx + 4k + 4 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 정수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 2α , 3α 라 하면,

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = -2k \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = 4k + 4 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}\text{을 정리하면 } \alpha = -\frac{2}{5}k$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉡}\text{에 대입하면 } 6 \times \left(-\frac{2}{5}k\right)^2 = 4k + 4$$

$$\frac{24}{25}k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$6k^2 - 25k - 25 = 0$$

$$(6k + 5)(k - 5) = 0$$

$$\therefore k = 5 \quad (\because k \text{ 는 정수})$$

15. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

16. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$(n+7)(n-10) = 0$$

$$n = 10 (\because n > 0)$$

17. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, \quad 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \quad (\because x > 0)$$

18. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정가 : $2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \ (a > 0)$$