

1. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0$ 이므로

$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$

$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B$
 $= 3A^2 - A + B^2 - 3B$
 $= -2 + 6 = 4$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

3. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

$\text{㉠ } a=2, b=1$	$\text{㉡ } a=3, b=1$
$\text{㉢ } a=1, b=-1$	$\text{㉣ } a=2, b=-1$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉣
- ④ ㉠, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$a-2=0$ 또는 $b+1=0$
 $a=2$ 또는 $b=-1$
따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

4. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을 m 이라 하면 $n < m < n + 1$ 이다.

정수 n 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 2 &= 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2 \\ 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) &= -2 + \frac{49}{8} \\ 2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 &= \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16} \\ x &= \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4} \\ \therefore m &= \frac{7 + \sqrt{33}}{4} \\ 5 &< \sqrt{33} < 6 \\ \frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25 \\ 3 < m < 4 \\ \therefore n &= 3 \end{aligned}$$

5. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

6. 이차방정식 $ax^2 + bx + ca = -b$ 가 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 을 근으로 가질 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x = 1$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$a + b + ca = -b$$

a 에 대하여 정리하면

$$(1 + c)a + 2b = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$1 + c = 0, 2b = 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore b = 0, c = -1$$

$$\therefore bc = 0$$

7. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,
 $x = 2$ 를 $x^2 - 5x - a = 0$ 에 대입하면 $4 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = -6$
또 $x^2 + bx + c = 0$ 은 $x = 2$ 가 중근이므로
 $(x - 2)^2 = 0$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $\therefore b = -4, c = 4$
 $\therefore a + b + c = -6 + (-4) + 4 = -6$

8. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.