1. 등식 $x+y+(x-2y)i=1+7i$을 만족하는 두 실수 $x,\ y$에 대하여 xy의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 3 ② -3 ③ 6 ④ -6 ⑤ 8

해설

복소수의 상등에 의하여

$x+y=1,\ x-2y=7$

$x=3,\ y=-2$

$\therefore\ xy=-6$

2. x절편이 3이고 y절편이 2인 직선의 방정식은?

① $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$　② $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}=1$　③ $\frac{x}{-3}+\frac{y}{3}=1$

④ $y=2x+1$　⑤ $y=3x+2$

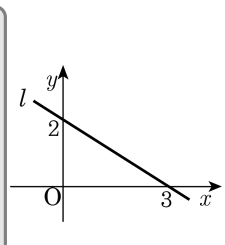
해설

기울기$=\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x+2$

$\frac{2}{3}x+y=2$

$\therefore \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$



3. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1)-6\\ &= X^2+X-6\\ &= (X+3)(X-2)\\ &= (x^2+x+3)(x^2+x-2)\\ &= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

4. 이차함수의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값이 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = 2x^2 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최솟값 0

② $y = -3x^2 + 4 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최댓값 4

③ $y = -(x+3)^2 \rightarrow x = -3$ 일 때, 최댓값 0

④ $y = -(x+2)^2 - 1 \rightarrow x = -2$ 일 때, 최댓값 -1

⑤ $y = 2x^2 + 4x + 1 \rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 1

해설

⑤ $y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$
$y = 2(x+1)^2 - 1$
따라서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖는다.

5. 다음 중 $1+i$가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2-2x+2)(x^2-2x+1)$

② $(x^2-2x+2)(x-1)(x+1)$

③ $(x^2-1)(x^2-2x-1)$

④ $(x^2+1)(x-1)(x+1)$

⑤ $(x^2+1)(x^2-2x+1)$

해설

한 근이 $1+i$이면
다른 한 근은 $1-i$이다.
$\therefore \{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}=0$
$\Rightarrow \quad x^2-2x+2=0$
주어진 조건에 맞는 방정식 :
$(x^2-2x+2)(x-\alpha)^2=0$
$\therefore$ ①이 조건에 맞다

6. 연립부등식 $\begin{cases} x-10<4x+5 \\ 2(x-5)\le 3(2-2x) \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 A , 가장 작은 자연수를 B 라 할 때, $A-B$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

i) $x-10<4x+5$

$\Rightarrow\ x>-5$

ii) $2(x-5)\le 3(2-2x)$

$\Rightarrow\ 2x-10\le 6-6x$

$\Rightarrow\ 2x+6x\le 6+10$

$\Rightarrow\ x\le 2$

$-5<x\le 2$ 이므로 $A=2,\ B=1$

$\therefore\ A-B=2-1=1$

7. 연립부등식 $x-5 \le 2(x-4) < 4x-10$을 만족하는 가장 작은 자연수는?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$x-5 \le 2(x-4),\ x-5 \le 2x-8,\ 3 \le x$

$2(x-4) < 4x-10,\ 2x-8 < 4x-10,\ 2 < 2x,\ 1 < x$

$\therefore\ x \ge 3$

8. $a = 2004,\ b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21　② 23　③ 25　④ 27　⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

9. 두 다항식 A, B에 대하여 $A \otimes B$를 $A \otimes B = \dfrac{B}{B-A}$라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x-1)$을 간단히 하면? (단, $x \neq 0$, $x \neq 1$인 실수)

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$(x^2 - x) \otimes (x-1) = \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)}$$

$$= \frac{x-1}{x - 1 - x^2 + x}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x^2 - 2x + 1)}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2}$$

$$= -\frac{1}{x-1}$$

$\therefore$(주어진 식) $= \dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{(x-1)} = \dfrac{x-1}{x-1} = 1$

10. 두 다항식 A, B에 대하여 $A = x^2 + ax + 2$, $B = x^2 + bx + c$이고 A, B의 최대공약수가 $x+1$, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$일 때, $a+b+c$의 값은 ?

① -1 ② 0 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$A = m(x+1)$, $B = n(x+1)$이라 놓으면
$mn(x+1) = x^3 + 2x^2 - x - 2$
$\therefore\ mn = x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$
$\therefore\ m = x+2,\ n = x-1$ 또는 $m = x-1,\ n = x+2$
$A = (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$
$B = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$
여기서, $a = 3,\ b = 0,\ c = -1$
$\therefore\ a+b+c = 2$

11. 두 다항식 A, B의 최대공약수가 $x+1$이고, 곱이 $x^4+x^3-7x^2-13x-6$이다. A, B의 최소공배수를 $f(x)$라 할 때, $f(3)$의 값은?

① -3　② -1　③ 0　④ 2　⑤ 4

해설

$AB = LG,\ G = x+1$

$AB = x^4 + x^3 - 7x^2 - 13x - 6$

$= (x+1)^2(x+2)(x-3)$

$f(x) = (x+1)(x+2)(x-3),\ f(3) = 0$

12. x 축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(1,\ 0)$ 에서 만나고 최댓값이 9 인 포물선의 방정식은?

① $y = -4x^2 + 4x - 8$

② $y = 4x^2 - 4x + 8$

③ $y = -4x^2 + 4x + 8$

④ $y = -4x^2 - 4x + 8$

⑤ x 축과 두 점 $(p,0),(q,0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

대칭축이 두 점의 중점 $\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$ 을 지나므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2},\ 9\right)$

따라서 $y = a\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9$

$(1,\ 0)$ 을 대입하면 $0 = \frac{9}{4}a + 9$, $a = -4$

$\therefore\ y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9 = -4x^2 - 4x + 8$

13. 다음 방정식 중에서 실근의 개수가 가장 많은 것은?

① $x^3 - x^2 - x - 2 = 0$　　② $x^4 + x^2 - 2 = 0$

③ $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$　　④ $x^4 - 16 = 0$

⑤ $5x^2 - 4x + 1 = 0$

해설

조립제법과 인수분해를 통하여 근을 구한다
① $(x-2)(x^2+x+1) = 0 \Rightarrow$ 실근 1개, 허근 2개
② $(x^2-1)(x^2+2) = 0 \Rightarrow$ 실근 2개, 허근 2개
③ $(x-3)(x+4)(x-2) = 0 \Rightarrow$ 실근 3개
④ $(x^2+4)(x^2-4) = 0 \Rightarrow$ 실근 2개, 허근 2개
⑤ $x = \dfrac{2 \pm i}{5} \Rightarrow$ 허근 2개

14. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$일 때, 두 실수 a, b의 곱 ab는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10 ② 5 ③ 0 ④ −10 ⑤ −15

해설

계수가 실수이므로 주어진 방정식의 다른 허근은 $1 - \sqrt{2}i$ 이다.
이때, 또 다른 한 근을 α 라고 하면 삼차방정식의 근과 계수와의 관계에서
$(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i)\alpha = 3$ ·····㉠
$(1 - \sqrt{2}i) + (1 + \sqrt{2}i) + \alpha = -a$ ·····㉡
$(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i)\alpha + (1 + \sqrt{2}i)\alpha = b$ ·····㉢
㉠에서 $3\alpha = 3$
$\therefore \alpha = 1$
㉡에서 $2 + \alpha = -a$
$\therefore a = -3$
㉢에서 $3 + 2\alpha = b$
$\therefore b = 5$
따라서 $ab = -15$

15. 부등식 $x^2 - 4|x| - 5 < 0$을 풀면?

① $-5 < x < 5$ ② $-5 < x < 0$ ③ $-5 < x < 1$

④ $-1 < x < 5$ ⑤ $-1 < x < 6$

해설

(i) $x \geq 0$일 때, $|x| = x$이므로

$x^2 - 4x - 5 < 0,\ (x-5)(x+1) < 0$

$-1 < x < 5$

이 때 $x \geq 0$과의 공통범위는 $0 \leq x < 5$

(ii) $x < 0$일 때

$x^2 + 4x - 5 < 0,\ (x+5)(x-1) < 0$

$-5 < x < 1$

이 때 $x < 0$과 공통 범위는 $-5 < x < 0$

(i), (ii)에서 $-5 < x < 5$

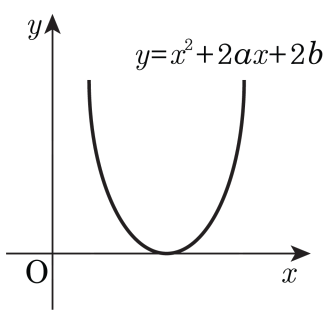
16. x에 대한 다항식 $f(x)$를 $(x-a)(x+b)$, $(x+b)(x-c)$, $(x-c)(x-a)$로 나눈 나머지가 각각 $x+2$, $-x+4$, 0일 때, 상수 a, b, c의 곱을 구하면?

① 8 ② -8 ③ 12 ④ -12 ⑤ 16

해설

$f(x) = (x-a)(x+b)P(x) + x + 2 \cdots ①$
$= (x+b)(x-c)Q(x) - x + 4 \cdots ②$
$= (x-c)(x-a)R(x) \cdots ③$
나머지 정리에 의해
i) ① 에서 $f(a) = a + 2$, ③ 에서
$f(a) = 0$
$\Rightarrow a = -2$
ii) ① 에서 $f(-b) = -b + 2$, ② 에서
$f(-b) = b + 4$
$\Rightarrow b = -1$
iii) ② 에서 $f(c) = -c + 4$, ③ 에서
$f(c) = 0$
$\Rightarrow c = 4$
$\therefore abc = 8$

17. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2b$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 방정식 $x^2 - 2ax + b^2 + 2 = 0$ 의 근에 대한 설명으로 옳은 것은?



① 서로 다른 양의 실근을 갖는다.

② 서로 다른 음의 실근을 갖는다.

③ 중근을 갖는다.

④ 서로 다른 부호의 실근을 갖는다.

⑤ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

해설

㉠ 그래프에서 중근이므로 $a^2 - 2b = 0$

㉡ $x^2 - 2ax + b^2 + 2 = 0$

판별식 $\frac{D}{4} = a^2 - b^2 - 2 \leftarrow a^2 = 2b$

$= 2b - b^2 - 2$

$= -(b^2 - 2b + 2)$

$= -(b-1)^2 - 1 < 0$

$\therefore$ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

18. 각 수가 다른 두 수의 곱이 되는 0이 아닌 실수의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a = bc,\ b = ca,\ c = ab,$
$abc = (bc)(ca)(ab) = (abc)^2,$
$abc \neq 0,\quad abc = 1,$
$abc = a^2 = b^2 = c^2 = 1$
$a = \pm 1,\ b = \pm 1,\ c = \pm 1$
그러나 $abc = 1$ 이므로, $a,\ b,\ c$ 중에서 -1인 것은 없거나 2개이다.
$\therefore\ (a,\ b,\ c) = (1,1,1), (1,-1,-1), (-1,1,-1), (-1,-1,1)$

19. 부등식 $5-x>2|x+1|$의 해와 $ax^2+bx+7>0$의 해가 같도록 상수 $a,\ b$의 값을 정할 때, $a+b$의 값은 ?

① -7 ② -5 ③ 5 ④ 7 ⑤ 0

해설

$5-x>2|x+1|$ 을 풀면
(i)$x\geq -1$ 일 때
$5-x>2x+2,\ x<1 \quad \therefore -1\leq x<1$
(ii)$x<-1$ 일 때
$5-x>-2x-2,\ x>-7 \quad \therefore -7<x<-1$
(i), (ii)에 따라 $-7<x<1$
$ax^2+bx+7>0 \Leftrightarrow -7<x<1$ 이므로 $a<0$ 이고
$ax^2+bx+7=a(x+7)(x-1)$
계수를 비교하면
$a=-1, b=-6 \quad \therefore\ a+b=-7$

20. 평면상의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여, 선분 $\overline{PQ}$ 의 3 등분점 중 P 에 가까운 쪽의 점을 $P * Q$ 로 나타낼 때, $A(1,2)$, $B(-2,3)$, $C(-1,-1)$ 에 대하여 점 $(A * B) * C$ 의 좌표를 구하면?

① $\left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$ ② $(-3, 4)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{3}\right)$

④ $(2, -1)$ ⑤ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{7}{2}\right)$

해설

$P * Q$ 는 P, Q 의 $1:2$ 내분점을 말한다.

$$\therefore (A * B) = \left(\frac{1\times(-2)+2\times1}{1+2}, \frac{1\times3+2\times2}{1+2}\right) = \left(0, \frac{7}{3}\right)$$

$$\left(0, \frac{7}{3}\right) * C$$

$$= \left(\frac{1\times(-1)+2\times0}{1+2}, \frac{1\times(-1)+2\times\frac{7}{3}}{1+2}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$$

$$(A * B) * C = \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$$

21. 다항식 $4x^3+6x^2-12x-11$을 $x+2$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 하고 다항식 $Q(-2x+3)$을 $x-1$로 나누었을 때의 나머지를 r이라 할 때, $R+r$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$4x^3+6x^2-12x-11=(x+2)Q(x)+R$

$x=-2$을 대입하면 $R=5$

$4x^3+6x^2-12x-11=(x+2)Q(x)+5\cdots$㉠

$Q(-2x+3)=(x-1)Q'(x)+r$

$x=1$을 대입하면 $r=Q(1)$

㉠에 $x=1$을 대입하면,

$4+6-12-11=3Q(1)+5$에서 $Q(1)=r=-6$

$\therefore\ R+r=5+(-6)=-1$

22. $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$을 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

① $a+b$ ② $b+c$

③ $a+c$ ④ $a^2+ab+bc+ca$

⑤ $a^2+2ab+b^2$

해설

(준 식) $= \{(a+b+c)^3 - a^3\} - (b^3+c^3)$
$= (a+b+c-a)\{(a+b+c)^2 + (a+b+c)a + a^2\}$
$-(b+c)(b^2-bc+c^2)$
$= (b+c)(3a^2+3ab+3bc+3ca)$
$= 3(b+c)(a^2+ab+bc+ca)$
$= 3(b+c)\{a(a+b)+c(a+b)\}$
$= 3(a+b)(b+c)(c+a)$

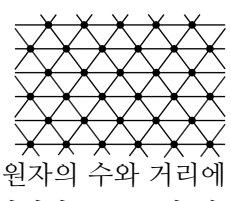
23. $x^2+xy-2y^2+2x+7y+k=f(x,y)$라 할 때, $f(x,y)=0$이 두 개의 직선을 나타내도록 k의 값을 정하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$f(x,\ y)=x^2+(y+2)x-2y^2+7y+k=0$
주어진 식이 두 개의 직선을 나타내려면
$x,\ y$에 관한 일차식으로 인수분해되어야 하므로
근의 공식에서 근호 안의 식$(=D)$이 완전제곱꼴이어야 한다.
$D=(y+2)^2-4(-2y^2+7y+k)$
$\quad=9y^2-24y+4-4k \quad \cdots(\ \mathrm{i}\ )$
$(\ \mathrm{i}\ )$이 완전제곱식이어야 하므로
$(\ \mathrm{i}\ )$의 판별식
$\dfrac{D}{4}=(-12)^2-9(4-4k)=0$
$108+36k=0 \quad \therefore\ k=-3$

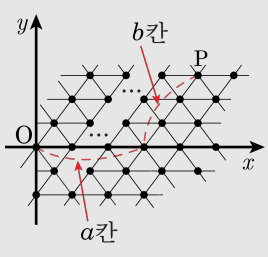
24. 어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다. 다음 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여있는 원자의 중심을 연결한 것이다. 이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심간의 거리가 모두 1 일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는?



① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

해설

다음 그림과 같이 좌표축을 잡아서 점 O 에서 우측으로 a 칸 우상쪽으로 b 칸 이동한 점 P 를 생각하자.



이 때 $\overline{\mathrm{OP}}^2 = \left(a+\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}b\right)^2$

$= a^2 + ab + b^2 = 7$

$4a^2+4ab+4b^2 = (2a+b)^2+3b^2 = 28$

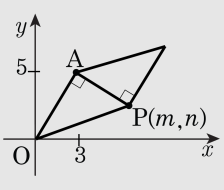
가능한 $3b^2 = 0, 3, 12, 27$ 일 때

$(2a+b)^2 = 28, 25, 16, 1$

25. O 를 원점으로 하는 평면위의 점 $A(3,5)$ 와 점 $P(m,n)$ 가 있다. 이 때 $\overline{OA}, \overline{OP}$ 를 두 변으로 하는 평행사변형 넓이의 최솟값을 p , 그 때의 점 P 의 개수를 q 라 할 때, p^2+q^2 의 값을 구하면?
(단, m,n 은 정수이고 $0<m<10$ 이다.)

① 10 ② 17 ③ 26 ④ 29 ⑤ 37

해설



평행사변형의 넓이 $=\overline{OA}\times$ (점 P에서 직선 OA까지의 거리)

$\overline{OA}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$

거리 $d=\dfrac{|5m-3n|}{\sqrt{34}}$

($\because$ 직선 $OA: y=\dfrac{5}{3}x$)

$\therefore$ 넓이 $=\sqrt{34}\cdot\dfrac{|5m-3n|}{\sqrt{34}}=|5m-3n|$

m, n 이 정수이고 정수의 차는 정수이므로

$|5m-3n|=1$ 이 될 때 넓이가 최소이다.

$\therefore p=1$

$|5m-3n|=1$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (m,n) 을 구하면

$\cdots(-2,-3),(-1,-2),(1,2),(2,3),$

$(4,7),(5,8),(7,12),(8,13),(10,17)\cdots$ 등이다.

$\therefore q=6$, $p^2+q^2=37$