

1. 이차함수 $y = -2(x - 1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

위로 블록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$
 $\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

2. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

3. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$$

$$\text{최댓값 } m = 1$$

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{3}(x + 3)^2$$

$$\text{최솟값 } n = 0$$

$$\therefore mn = 1 \times 0 = 0$$

4. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값을 고르면?

- ① -14 ② 14 ③ -5 ④ 5 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6x - 5 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5 \\ &= (x - 3)^2 - 14 \end{aligned}$$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

5. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

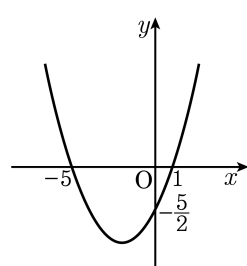
해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 5 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -3(x - 1)^2 - 2 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 이차함수의 최솟값은?

- ① 3 ② 4 ③ $\frac{2}{5}$
 ④ $-\frac{3}{5}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$



해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 x 절편이 1, -5 이므로 $y = a(x-1)(x+5)$

점 $(0, -\frac{5}{2})$ 를 지나므로 $-\frac{5}{2} = a(0-1)(0+5)$, $a = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{1}{2}(x-1)(x+5) \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값은 $-\frac{9}{2}$

7. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 9$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 8x + 9 \\ &= (x - 4)^2 - 7 \end{aligned}$$

아래로 볼록하므로 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -7 을 갖는다.

8. 이차함수 $y = -2(x + 3)(x - 1)$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하면?

- ① $x = -1$ 일 때, 최댓값은 8 ② $x = -1$ 일 때, 최솟값은 8
③ $x = 1$ 일 때, 최댓값은 -4 ④ $x = 1$ 일 때, 최솟값은 -4
⑤ $x = 1$ 일 때, 최댓값은 -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2(x + 3)(x - 1) \\ &= -2x^2 - 4x + 6 \\ &= -2(x + 1)^2 + 8 \end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

9. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

$$\text{최댓값 } m = 12$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

10. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고 최솟값 -3 을 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -8$

▷ 정답 : $c = 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = 2(x-2)^2 - 3$ 이고, 전개하면

$y = 2(x-2)^2 - 3 = 2(x^2 - 4x + 4) - 3 = 2x^2 - 8x + 5$ 이다.

$y = 2x^2 - 8x + 5$ 이므로 $b = -8, c = 5$ 이다.

11. 이차함수 $y = x^2 + 4x + k$ 의 최솟값이 -4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x + k \\ &= (x + 2)^2 - 4 + k \end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 $-4 + k$ 를 가지므로

$$-4 + k = -4 \quad \therefore k = 0$$

12. 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = -3$ 을 축으로 하고 최댓값 2 를 가질 때, 상수 b, c 의 합 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b + c = 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 2)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -(x + 3)^2 + 2$ 이고, 전개하면

$$\begin{aligned} y &= -(x + 3)^2 + 2 \\ &= -(x^2 + 6x + 9) + 2 \\ &= -x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$y = -x^2 - 6x - 7$ 이므로 $b = -6, c = -7$ 이다.

$$\therefore b + c = -6 + (-7) = -13$$

13. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + kx - 11$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위가 $x < -5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

주어진 조건에서 그래프의 축의 방정식은 $x = -5$ 이다.

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}x^2 + kx - 11 \\&= -\frac{1}{2}(x+5)^2 + \frac{3}{2} \\&= -\frac{1}{2}x^2 - 5x - 11 \\\therefore k &= -5\end{aligned}$$

14. 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 일 때, $x = -1$ 에서 최솟값 3 을 가진다. 이 때 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c$$

아래로 볼록한 그래프이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.

$$-1 + \frac{b}{2} = 0 \text{ 이고 } -\frac{b^2}{4} + c = 3$$

$$\therefore b = 2, c = 4$$

$$\therefore b + c = 2 + 4 = 6$$

15. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 갖는다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$

$$\begin{aligned} y &= (x+2)^2 + 3 \\ &= x^2 + 4x + 7 \\ &= x^2 + ax + b \end{aligned}$$

$$\therefore a = 4, b = 7$$

$$\therefore ab = 4 \times 7 = 28$$

16. 이차함수 $y = ax^2 - 4x - c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 1 을 가진다. 이때, ac 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = ax^2 - 4x + c$ 는 $x = 2$ 일 때,
최솟값 -1 이므로
 $y = a(x - 2)^2 + 1 = ax^2 - 4ax + 4a + 1$
 $-4a = -4$, $4a + 1 = -c$ 이므로
 $a = 1$, $4 + 1 = -c$, $c = -5$
 $\therefore ac = -5$

17. 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 가 $x = 1$ 일 때 최솟값 3을 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -6$

▷ 정답 : $c = 6$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 3) 이므로
 $y = 3(x - 1)^2 + 3$ 을 전개하면 $y = 3x^2 - 6x + 6$
따라서 $b = -6, c = 6$ 이다.

18. $x = -1$ 일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점 $(0, 2)$ 를 지나는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3 ② -5 ③ -7 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$y = a(x + 1)^2 + 5 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } a = -3$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$$

$$\therefore a + b + c = -7$$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로 $a = -\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$,

따라서 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$

$\therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$

20. 축의 방정식이 $x = -2$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -1 일 때, 이 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하면 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$$y = a(x + 2)^2 - 1 = a(x^2 + 4x + 4) - 1$$

$$4a - 1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) - 1$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + x$$

$$a = \frac{1}{4}, b = 1, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = \frac{5}{4}$$

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2, 0)$, $(8, 0)$ 에서 만나고 최솟값이 -9 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?
- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)(x-8) \\&= a(x^2 - 10x + 16) \\&= a(x-5)^2 - 9a \\-9a &= -9 \\\therefore a &= 1 \\y &= x^2 - 10x + 16 \\b &= -10, c = 16 \\\therefore a + b + c &= 1 + (-10) + 16 = 7\end{aligned}$$

22. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

23. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 5)$, x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

24. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$ 따라서 y 의 절편은 2 이다.

25. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



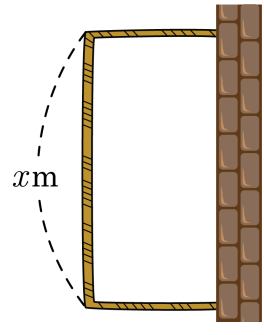
- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

26. 다음 그림과 같이 길이 20 m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



- ① 70 m² ② 40 m² ③ 50 m²
④ 80 m² ⑤ 60 m²

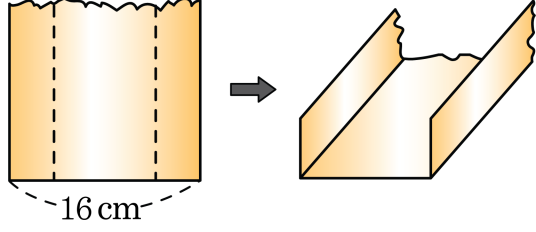
해설

닭장 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left(\frac{20-x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$ 일 때 최댓값 50 m²

27. 다음 그림과 같이 너비가 16cm 인 철판의 양쪽을 접어 직사각형인 물받이를 만들었다. 단면의 넓이를 최대가 되게 하는 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

높이를 x cm, 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 두면
 $y = x(16 - 2x)$
 $= -2x^2 + 16x$
 $= -2(x^2 - 8x + 16) + 32$
 $= -2(x - 4)^2 + 32$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, 최댓값 32 를 가진다.

28. 둘레의 길이가 48m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① 81m^2

② 100m^2

③ 121m^2

④ 144m^2

⑤ 169m^2

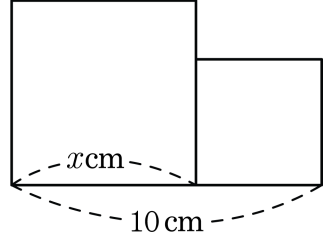
해설

가로의 길이를 $x\text{m}$, 세로의 길이를 $(24 - x)\text{m}$, 넓이를 $y\text{m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(24 - x) \\&= -x^2 + 24x \\&= -(x^2 - 24x + 144 - 144) \\&= -(x - 12)^2 + 144\end{aligned}$$

따라서 $x = 12$ 일 때 넓이의 최댓값은 144m^2 이다.

29. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하여라.



- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

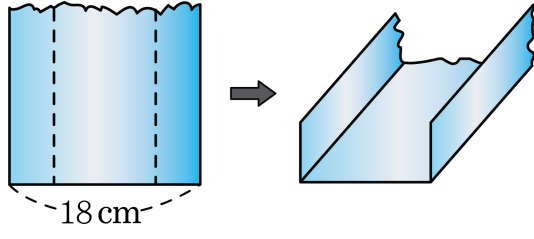
해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$, 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10 - x)\text{ cm}$ 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x - 5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $50(\text{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



- ① 4.5 cm ② 4.0 cm ③ 3.8 cm
 ④ 3.6 cm ⑤ 3.4 cm

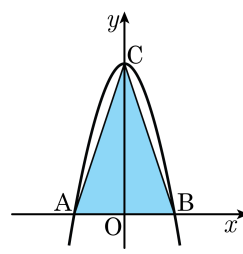
해설

물받이의 높이를 x 라 할 때,
 단면의 넓이는 $y = x(18 - 2x)$

$$y = -2x^2 + 18x = -2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{2}$$

따라서 $x = \frac{9}{2}(\text{cm})$ 일 때, 최대값 $\frac{81}{2}(\text{cm}^2)$ 를 갖는다.

31. $y = -x^2 + 9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 (0,9) , 점 A 와 B

는 $y = 0$ 일 때, x 좌표이므로

$$0 = -x^2 + 9$$

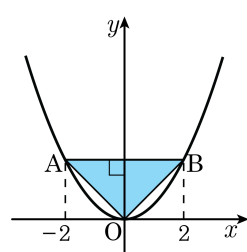
$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = (-3, 0), B = (3, 0)$$

$$\triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

32. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?

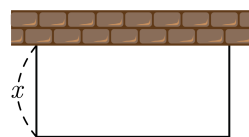
- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10



해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,
 $x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

33. 다음 그림과 같이 20m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다. 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(20 - 2x)$
 $= -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$
 $x = 5$ 일 때, 최댓값은 50 이다.

34. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 162cm²

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하자.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\&= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162\end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162 cm²

35. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 x cm 길게 하고 세로의 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면
 $y = (6 + x)(10 - x)$
 $= -x^2 + 4x + 60$
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$
 $= -(x - 2)^2 + 64$
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

36. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

37. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ㉠ $\frac{5}{2}$ ㉡ $\frac{15}{2}$ ㉢ $\frac{25}{2}$ ㉣ $\frac{31}{5}$ ㉤ $\frac{16}{5}$

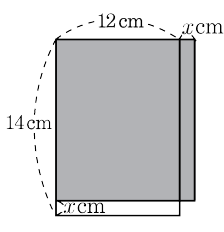
해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)\text{cm}$,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

38. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned}y &= (12 + x)(14 - x) \\&= -x^2 + 2x + 168 \\&= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\&= -(x - 1)^2 + 169\end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

39. 지면으로부터 초속 30m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 30x - 5x^2$ 라고 한다. 이 물체의 높이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 45 m

해설

$$y = -5x^2 + 30x = -5(x - 3)^2 + 45$$

40. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m ② 35m ③ 40m ④ 45m ⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

41. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45 \end{aligned}$$

42. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답:

▶ 정답 : 4초

▶ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x-4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

43. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 $y\text{m}$ 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 9m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x - 3)^2 + 9$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

44. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.
- ▶ 답 : 초
- ▶ 답 : m
- ▷ 정답 : 6초
- ▷ 정답 : 240 m

해설

$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x - 6)^2 + 240$
따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

45. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

46. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

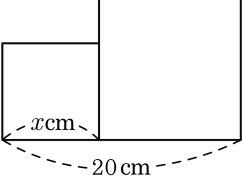
점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

47. 다음 그림과 같이 길이가 20cm 인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

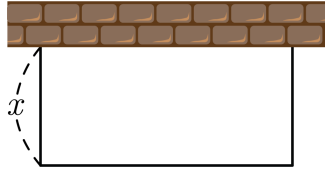
▷ 정답 : 10 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x , 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $20 - x$,
넓이를 y 라고 하면
$$y = x^2 + (20 - x)^2$$
$$= 2x^2 - 40x + 400$$
$$= 2(x - 10)^2 + 200$$
따라서 $x = 10$ 일 때, 최솟값 200 을 갖는다.

48. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.

넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



- ① 6m ② 8m ③ 10m ④ 12m ⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(40 - 2x)$
 $= -2x^2 + 40x$
 $= -2(x - 10)^2 + 200$
 $x = 10$ 일 때, 최댓값은 200 이다.

49. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

50. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

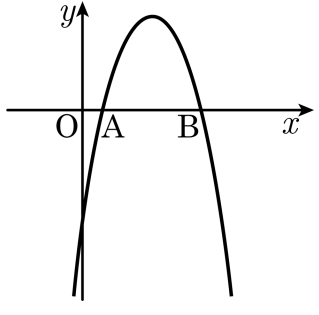
▶ 정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$
$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

51. 다음은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 이 이차함수의 최댓값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -x^2 + 6x + k = -(x - 3)^2 + k + 9$ 에서
축의 방정식은 $x = 3$ 이다.
그림에서 보듯 $\overline{AB} = 4$ 이면 점 A, B 는 축 $x = 3$ 에서 각각 2
만큼 떨어져 있다.
 $\therefore A(1, 0), B(5, 0)$
구하는 식은 $y = -(x - 1)(x - 5) = -x^2 + 6x - 5$
 $\therefore k = -5$
 $y = -(x - 3)^2 + 4$
 $\therefore x = 3$ 에서 최댓값 4