1. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(a,\ b)$ 이고, y 절편이 c 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = 2x^2 + 4x + 1$
$= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) + 1$
$= 2(x + 1)^2 - 1$
꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -1)$ 이므로 $a = b = -1$
y절편이 c이므로
$c = 2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1$
$\therefore c = 1$
$\therefore\ a + b + c = -1$

2. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+mx+n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(6,-14)$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2+mx+n \\ &= \frac{1}{2}(x-6)^2-14 \\ &= \frac{1}{2}x^2-6x+4 \end{aligned}$$

$m=-6,\ n=4$

$\therefore m+n=-6+4=-2$

3. 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + mx + n \\ &= (x-3)^2 - 7 \\ &= x^2 - 6x + 2 \end{aligned}$$

$m = -6,\ n = 2$

$\therefore m + n = -6 + 2 = -4$

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1,\ 4)$ ② $(-1, -4)$ ③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$ ⑤ $(1,\ 4)$

해설

$y = -3x^2 + 6x + 1$
$= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1$
$= -3(x-1)^2 + 4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$ 이다.

5. 이차함수 $y = 4x^2 + 8x + 6$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1,\ 1)$ ② $(1, 2)$ ③ $(-1, 2)$

④ $(-1, -2)$ ⑤ $(2, 3)$

해설

$y = 4x^2 + 8x + 6$
$= 4(x^2 + 2x + 1 - 1) + 6$
$= 4(x + 1)^2 + 2$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 2)$ 이다.

6. $y = -3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = -3x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.

② 제2 사분면을 지나지 않는다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.

④ y 축과의 교점은 $(0, -2)$ 이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 2 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2 \\ &= -3(x-1)^2 + 1 \end{aligned}$$

③ 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 1)$ 이다.

7. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$-2 < 0, \ -7 < 0$
즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에
제 1 사분면을 지나지 않는다.

8. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 위로 볼록하다.

② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.

④ 제 $2, 3, 4$ 사분면을 지난다.

⑤ 평행이동하면 $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$y = 2\left(x^2 - 4x + 4 - 4\right) + 2 = 2\left(x - 2\right)^2 - 6$

9. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?

① $x = 2$ ② $x = -2$ ③ $x = 4$

④ $x = -4$ ⑤ $x = 6$

해설

$y = 3x^2 - 12x + 1$

$= 3\left(x^2 - 4x + 4 - 4\right) + 1$

$= 3\left(x - 2\right)^2 - 11$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

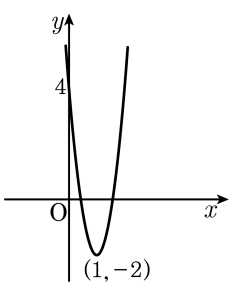
10. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -16 ② -32 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은
$y = -2(x+3)^2$ 이고 이 식을 전개하면
$y = -2x^2 - 12x - 18$
$a = -2,\ b = -12,\ c = -18$
$\therefore\ a + b + c = -2 - 12 - 18 = -32$

11. 다음 그래프처럼 꼭짓점이 점$(1,\ -2)$를 지날 때, 올바른 이차함수의 식을 고른 것은?



① $y = 6x^2 - 11x - 2$

② $y = 6x^2 - 12x + 4$

③ $y = -2x^2 - 12x + 4$

④ $y = 6x^2 + 12x + 4$

⑤ $y = 6x^2 - 12x - 4$

해설

꼭짓점이 점$(1,\ -2)$를 지나므로
$y = a(x-1)^2 - 2$
또한, 점$(0,\ 4)$를 지나므로
$4 = a - 2 \quad \therefore a = 6$
$\therefore y = 6x^2 - 12x + 4$

12. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2,-3)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2,-3)$ 이므로

$$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2-3$$
$$=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4)-3$$
$$=-\frac{1}{2}x^2+2x-5$$

$a=2$, $b=-5$

$\therefore a+b=2+(-5)=-3$

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하면?

① 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = -5$ ② 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = 3$

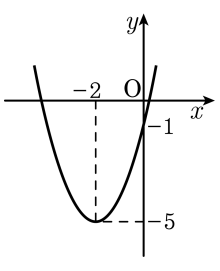
③ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 3$ ④ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 13$

⑤ 꼭짓점 $(3, -13)$, 축 $x = 3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 13 \\ &= 2(x^2 - 6x) + 13 \\ &= 2(x-3)^2 - 5 \end{aligned}$$

14. 다음 그림을 보고 포물선의 식을 구하면?



① $y=(x-2)^2-5$

② $y=(x-2)^2+5$

③ $y=(x+2)^2-5$

④ $y=\frac{3}{2}(x-2)^2+5$

⑤ $y=\frac{3}{2}(x+2)^2-5$

해설

꼭짓점이 $(-2,\ -5)$ 이므로

$y=a(x+2)^2-5$ 에 $(0,\ -1)$ 을 대입

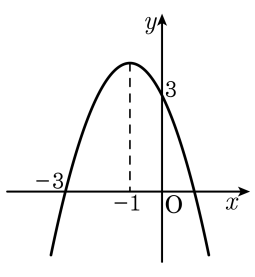
$4a-5=-1$

$4a=4$

$a=1$

$\therefore\ y=(x+2)^2-5$

15. 다음 그림을 보고 이차함수의 식을 구하면?



① $y=-(x+1)^2+1$ (또는 $y=-x^2-2x$)

② $y=-(x+1)^2+2$ (또는 $y=-x^2-2x+1$)

③ $y=-(x+1)^2+3$ (또는 $y=-x^2-2x+2$)

④ $y=-(x+1)^2+4$ (또는 $y=-x^2-2x+3$)

⑤ $y=-(x+1)^2+5$ (또는 $y=-x^2-2x+4$)

해설

축이 $x=-1$ 이므로
$y=a(x+1)^2+q$
점 $(-3,\ 0),\ (0,\ 3)$ 을 지나므로
$0=4a+q$, $3=a+q$
두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $q=4$
$\therefore\ y=-(x+1)^2+4=-x^2-2x+3$

16. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

② 제 2 사분면을 지나지 않는다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.

④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

③ $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

17. 다음 중 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

② 제 2 사분면을 지나지 않는다.

③ $y = -3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.

④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 3x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$ 이다

18. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 아래로 볼록하다.

② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.

④ 제 $2, 3, 4$ 사분면을 지난다.

⑤ 평행이동하면 $y = -2x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$y = -2\left(x^2 + 4x + 4 - 4\right) - 5 = -2\left(x + 2\right)^2 + 3$

19. 다음 ☐ 에 알맞은 말을 써 넣어라.

> 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 ☐ 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 축이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 ☐ 이라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 포물선

▷ 정답 : 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

20. 이차함수 $y = x^2 + 6x + 5$ 의 그래프의 축의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$y = x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$
따라서 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

21. 이차함수의 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프가 된다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

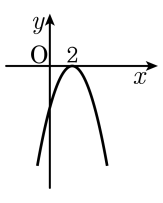
▷ 정답: $a = 2$

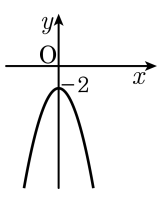
▷ 정답: $b = 15$

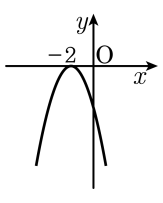
해설

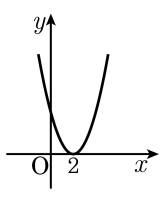
$y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = -3(x - 2)^2 + 15$ 이므로 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축으로 2, y 축으로 15 만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a = 2$, $b = 15$ 이다.

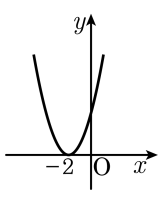
22. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = (x-2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 $(2,\ 0)$ 인 그래프이다.

23. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y=(x-2)^2-10$ ② $y=(x-2)^2+8$

③ $y=2(x-2)^2-10$ ④ $y=2(x+1)^2+8$

⑤ $y=2x^2-2$

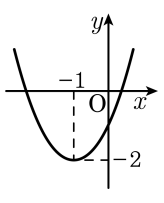
해설

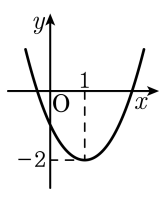
$y=a(x-2)^2+b=ax^2-4ax+(4a+b)$ 에 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 대입하면,

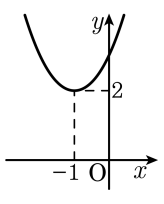
$-2=4a+b, 8=9a+b$

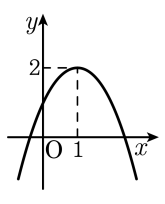
$\therefore\ y=2(x-2)^2-10$

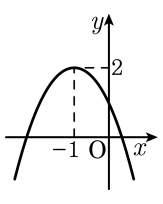
24. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$$
\begin{aligned}
y &= -x^2 - 2x + 1 \\
&= -\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) + 1 \\
&= -(x+1)^2 + 2
\end{aligned}
$$

25. 이차함수 $y = 5x^2 + ax + 8$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, 꼭짓점의 y 좌표를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 5x^2 + ax + 8$ 의 축이 $x = 1$ 이므로

$y = 5(x-1)^2 + q$

$y = 5x^2 + ax + 8$

$= 5(x-1)^2 + q$

$= 5x^2 - 10x + 5 + q$

$5 + q = 8,\ q = 3$ 이다.

따라서 식 $y = 5(x-1)^2 + 3$ 의 꼭짓점은 $(1,\ 3)$ 이다.

26. $y = -x^2 + 4x - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 , y축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은?

① $y = -x^2$ ② $y = -x^2 - 4$

③ $y = -x^2 + 8x$ ④ $y = -x^2 - 4x$

⑤ $y = -x^2 + 8x - 4$

해설

$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x-2)^2 + 3$
꼭짓점 $(2, 3)$ 을 x축의 방향으로 -2 , y축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 $(0, 0)$ 이다. 따라서 구하는 식은 $y = -x^2$ 이다.

27. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 점 $(3,\ m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 6 ② 2 ③ −2 ④ −4 ⑤ −6

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$
x축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
$y = (x-2-2)^2 - 3$
따라서 $y = (x-4)^2 - 3$
$(3,\ m)$ 을 대입하면 $m = (-1)^2 - 3 = -2$ 이다.

28. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 8$의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = 3x^2 - 6x + 8$
$y = 3(x-1)^2 + 5$
$a = 3,\ b = 1,\ c = 5$
$\therefore\ a + b + c = 9$

29. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 시키면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$y = 5x^2 - 1$ 에 $(2, a)$ 를 대입하면
$a = 5 \times 2^2 - 1$,
$\therefore\ a = 19$

30. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x - 3$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시킨 함수는?

① $y = 3(x-2)^2 + 3$　② $y = 3(x+2)^2 + 3$

③ $y = 3(x+1)^2 + 3$　④ $y = 3(x+1)^2 - 3$

⑤ $y = 3(x-1)^2 - 3$

해설

$y = 3x^2 - 6x - 3 = 3(x-1)^2 - 6$

$y = 3(x-1+2)^2 - 6 + 3 = 3(x+1)^2 - 3$ 이다.

31. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ② $y = 2(x-3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$ ④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

32. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

㉡ $y = 2x^2 - x$

㉢ $y = -(2 + x)(2 - x) + 3$

㉣ $y = -x^2 - 4x + 1$

㉤ $y = x^2 - 2x - 2(1 + x^2)$

㉥ $y = -(1 - x)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

a 의 절댓값이 같으면 폭이 같다. 따라서 각각의 절댓값을 구하면

㉠$\frac{1}{3}$ ㉡2 ㉢1 ㉣1 ㉤1 ㉥1

따라서 폭이 같은 것은 ㉢,㉣,㉤,㉥이다.

33. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -6$

해설

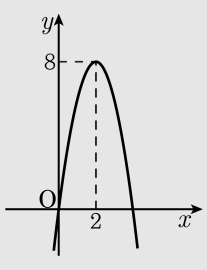
이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.
따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

34. 다음 중 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1 사분면　② 제 2 사분면　③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면　⑤ 원점

해설

$y = -2x^2 + 8x$
$y = -2(x-2)^2 + 8$
꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 8)$ 인 위로 볼록한 그래프이다.
또 원점 $(0,\ 0)$ 을 지난다.
따라서 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 2 사분면을 지나지 않는다.



35. 이차함수 $y=(x+3)^2-9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -9)$ 이다.

② 대칭축은 $x=-3$ 이다.

③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.

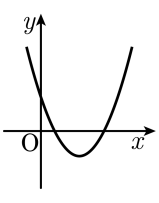
④ x 축과 두 점에서 만난다.

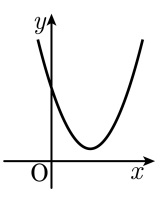
⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

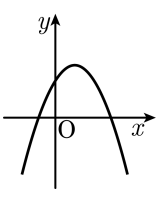
해설

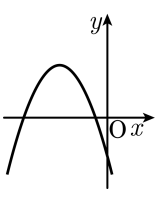
⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

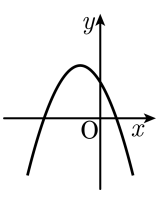
36. 다음 중 $a < 0, b > 0,\ c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?

① 

② 

③ 

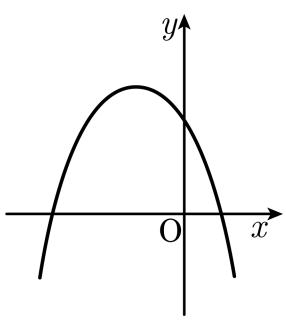
④ 

⑤ 

해설

$a < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선,
$ab < 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 오른쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

37. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a < 0, p < 0, q < 0$

③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q > 0$

⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로

$a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

38. 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$　② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$　④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

$y = a(x+1)^2 + 6$ 에 $(0,\ 5)$ 를 대입하면

$5 = a + 6$

$a = -1$

$\therefore\ y = -(x+1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$

39. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 2)$ 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a , b , c 는 상수이다.)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1, 2)$ 이므로 주어진 식은
$y = a(x-1)^2 + 2$
y 절편이 3 이므로 $(0,\ 3)$ 을 대입하면
$3 = a + 2$
$\therefore a = 1$
따라서 구하는 식은 $y = (x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$
$\therefore\ b = -2, c = 3$
$\therefore a + b + c = 2$

40. 직선 $x=1$ 을 축으로 하고 두 점 $(0,\ -1),\ (3,\ 5)$를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

① $y=2x^2-4x-1$ ② $y=-2x^2+4x+3$

③ $y=2x^2+4x-5$ ④ $y=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x-1$

⑤ $y=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+3$

해설

$y=a(x-1)^2+p$ 에 $(0,\ -1)$ 과 $(3,\ 5)$ 를 대입하여 a 와 p 를 구하면, $-1=a+p, 5=4a+p$, $a=2$, $p=-3$ 이 된다.
따라서 $y=2x^2-4x-1$ 이다.

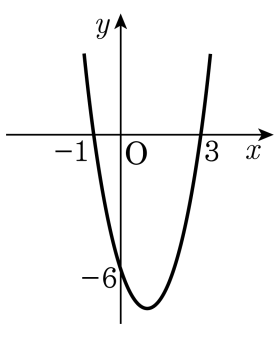
41. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고 두 점 $(-1,\ 6)$, $(1,\ 2)$ 를 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이므로
$y = a(x+1)^2 + q$
점 $(-1,\ 6)$ 과 점 $(1,\ 2)$ 를 지나므로
$6 = q,\ 2 = 4a + q$
$\therefore a = -1,\ q = 6$
$\therefore y = -(x+1)^2 + 6$
따라서 $y = -x^2 - 2x + 5$
$\therefore a = -1,\ b = -2,\ c = 5$
$\therefore abc = 10$

42. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



① $y = x^2 + 2x - 6$　② $y = 2x^2 + 4x - 6$

③ $y = x^2 - 2x - 6$　④ $y = 2x^2 - 4x - 6$

⑤ $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로
구하는 식은 $y = a(x+1)(x-3)$
$(0, -6)$ 을 지나므로 $-6 = -3a$
$\therefore a = 2$
$y = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$
$\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$

43. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6x + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\ &= 3(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$\therefore\ a = 3,\ p = 1,\ q = 4$

$\therefore\ a + p + q = 3 + 1 + 4 = 8$

44. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3$ 을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a+p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$y = 2x^2 - 8x + 3 = 2(x^2 - 4x) + 3$
$= 2(x-2)^2 - 8 + 3$
$= 2(x-2)^2 - 5$

$a = 2$, $p = -2$, $q = -5$

$\therefore a + p + q = 2 + (-2) + (-5) = -5$

45. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 5$ 을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a+p+q$ 의 값을 구하면?

① -11 ② -12 ③ -13 ④ -14 ⑤ -15

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 5 = 2(x^2 - 6x) + 5 \\ &= 2(x-3)^2 - 18 + 5 \\ &= 2(x-3)^2 - 13 \end{aligned}$$

$a = 2$, $p = -3$, $q = -13$

$\therefore a + p + q = 2 + (-3) + (-13) = -14$

46. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 <u>틀린</u> 곳을 찾아라.

$$y=-\frac{1}{4}x^2-2x-2 \quad \cdots ㉠$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x)-2 \quad \cdots ㉡$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16-16-2) \quad \cdots ㉢$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16)-\frac{18}{4} \quad \cdots ㉣$$
$$=-\frac{1}{4}(x-4)^2-\frac{18}{4}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

y $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$

$= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x) - 2$

이 되어야 하므로 ㉠이 답이다.

47. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 <u>틀린</u> 곳을 찾아라.

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
&= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉠ \\
&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉡ \\
&= 2(x+1)^2 - 3 - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉢ \\
&= 2(x+1)^2 - 4 \quad \cdots\cdots\cdots ㉣
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
&= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉠ \\
&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉡ \\
&= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉢ \\
&= 2(x+1)^2 - 3 \quad \cdots\cdots\cdots ㉣
\end{aligned}
$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉢이다.

48. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = 2x^2 - 4x + 3$
$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3$
$= 2(x - 1)^2 - 2 + 3$
$= 2(x - 1)^2 + 1$

꼭짓점의 좌표 : $(1,\ 1)$
꼭짓점의 좌표가 일치하므로
$y = x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$
$\therefore a = -2,\ b = 2,\ a + b = 0$

49. $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 얼마만큼씩 평행이동하면 이차함수 $y = x^2 + 3x + 2$ 의 그래프와 일치하겠는가?

① x축으로 $-\frac{3}{2}$, y축으로 $-\frac{1}{4}$
② x축으로 $-\frac{3}{2}$, y축으로 $-\frac{5}{4}$
③ x축으로 $\frac{3}{2}$, y축으로 $-\frac{1}{4}$
④ x축으로 $\frac{3}{2}$, y축으로 $\frac{3}{4}$
⑤ x축으로 $-\frac{3}{2}$, y축으로 $\frac{3}{4}$

해설

$y = x^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 1)$

$y = x^2+3x+2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{4}\right)$ 이므로

x 축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{5}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

50. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = -3x^2 + bx - 5$ 가 되었다. $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x-2)^2 + c \\ &= ax^2 - 4ax + 4a + c \\ &= -3x^2 + bx - 5 \end{aligned}$$

$a = -3$

$b = -4a = 12$

$4a + c = -12 + c = -5,\ c = 7$

$\therefore\ a + b - c = -3 + 12 - 7 = 2$

51. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$ ② $x < -1$ ③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$ ⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

52. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$y = -2x^2 - 4x + 10$
$= -2(x+1)^2 + 12$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는
$\{x \mid x > -1\}$ 이다.

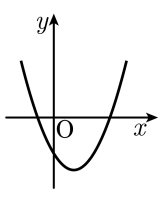
53. $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이 지나는 사분면은?

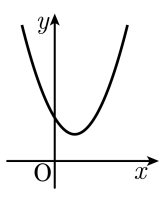
① 제 1, 2 사분면
② 제 3, 4 사분면
③ 제 1, 2, 3 사분면
④ 제 1, 2, 4 사분면
⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면

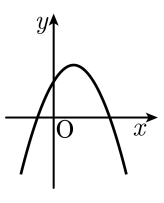
해설

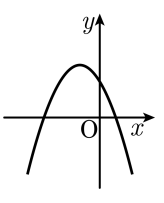
꼭짓점 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 이 제 1 사분면에 있고, y 절편이 1 인, 아래로 볼록한 그래프이다.
따라서 제1, 2 사분면을 지난다.

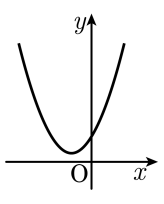
54. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프로 적당한 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

x^2 의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 모양이다.
$y = x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$
꼭짓점이 $(2, 3)$ 으로 제1 사분면에 위치한다.

55. 이차함수 $y=-(x-3)^2+4$ 의 그래프에서 꼭짓점을 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

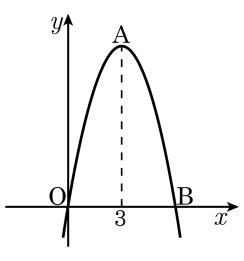
$y=-(x-3)^2+4$ 의 그래프에서 꼭짓점은 (3, 4) 이다.

$$\begin{aligned} y &= -(x-3)^2+4 \\ &= -(x^2-6x+9)+4 \\ &= -(x^2-6x+5) \\ &= -(x-1)(x-5) \end{aligned}$$

따라서 x 축과의 교점은 (1, 0), (5, 0) 이다

$\therefore \triangle ABC$의 넓이 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

56. 다음 그림은 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
$b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

대칭축이 $x = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 $(6,\ 0)$ 이다.
$y = -(x-3)^2 + q$ 에서 점 $(6,\ 0)$ 을 지나므로
$0 = -(6-3)^2 + q,\ q = 9$ 이다.
$y = -(x-3)^2 + 9 = -x^2 + 6x$
$b = 6,\ c = 0\ \therefore b - c = 6$

57. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x$ 의 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

x 축은 $y = 0$ 일 때의 값이므로

$2x^2 - 12x = 0$

$x^2 - 6x = 0$

$x(x - 6) = 0$

$\therefore\ x = 0$ 또는 $x = 6$

B(0, 0), C(6, 0)

$y = -\frac{2}{3}(x - 3)^2 + 6$ 이므로 꼭짓점은 (3, 6) 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$ 이다.

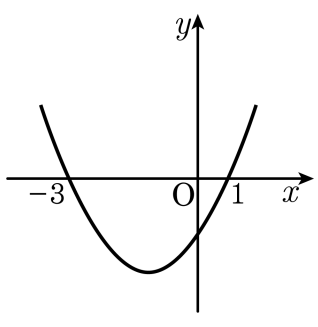
58. 세 점 $(0,\ 6)$, $(-1,\ 0)$, $(1,\ 8)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 2x^2 - 4x + 6$
② $y = 2x^2 + 4x + 6$
③ $y = -2x^2 - 4x + 6$
④ $y = -2x^2 + 4x + 6$
⑤ $y = -2x^2 + 4x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하면,
$(0,\ 6)$ 을 지나므로 $c = 6$
$(-1,\ 0)$ 을 대입하면 $0 = a - b + 6$,$a - b = -6$
$(1,\ 8)$ 을 대입하면 $8 = a + b + 6$,$a + b = 2$
$\therefore\ a = -2,\ b = 4,\ c = 6$
$\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$

59. 이차함수 $y = a(x+p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?

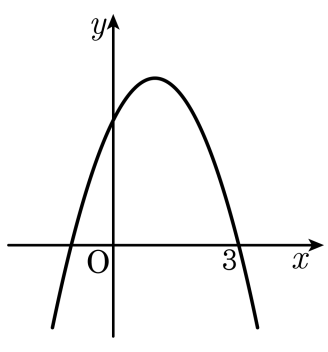


① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$
따라서 함수식은 $y = a(x+1)^2 - 2$
$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$
$a = \frac{1}{2}$
$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$

60. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?

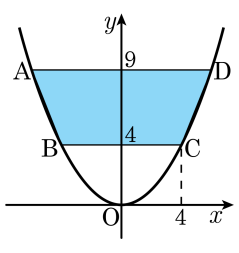


① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3,\ 0)$ 을 지나므로
$0 = -9 - 6a + 3,\ a = -1$
$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$
$x = 1$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

61. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 C $(4,\ 4)$ 를 대입하면

$4 = a \times 4^2$

$a = \dfrac{1}{4}$

$y = \dfrac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$9 = \dfrac{1}{4}x^2$

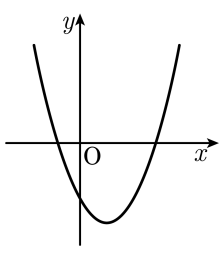
$x^2 = 36$

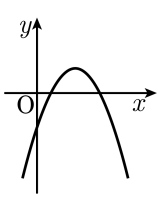
$x = \pm 6$

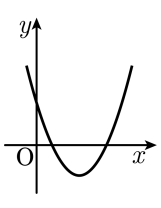
$\overline{AD} = 12,\ \overline{BC} = 8$ 이므로

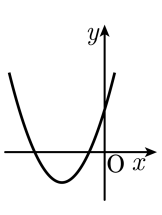
$\therefore (\square ABCD\text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \dfrac{1}{2} = 50$

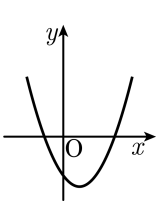
62. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?

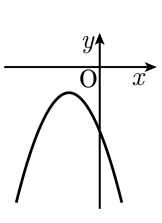


① 

② 

③ 

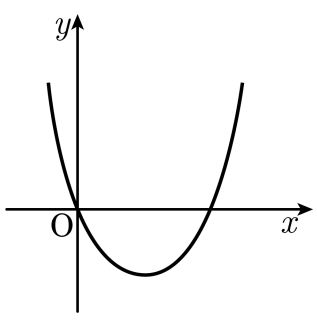
④ 

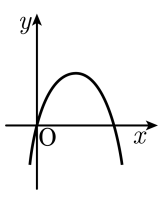
⑤ 

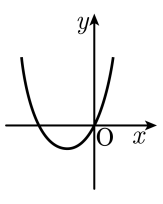
해설

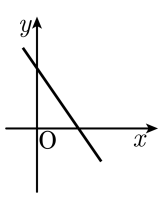
$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
따라서, $b < 0$ 이다.
y 절편이 음수이므로 $-c < 0,\ c > 0$ 이다.
$y = cx^2 + bx + a$ 에서
$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
따라서 구하는 그래프는 ②이다.

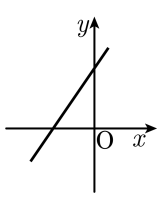
63. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?

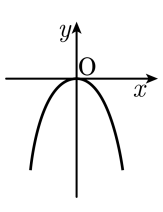


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\dfrac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$

$\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.