

1. 두 원 $x^2 + y^2 - x - 2y - 2 = 0$, $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ 의 교점의 좌표를 구하면?

① $(-1, 0), (-1, 2)$

② $(-2, 1), (0, 2)$

③ $(1, 2), (4, -2)$

④ $(4, 2), (-3, 5)$

⑤ $(-6, 7), (-8, 4)$

해설

공통현의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - x - 2y - 2) - (x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3) = 0 \text{ 에서 } x = -1$$

공통현의 방정식 $x = -1$ 을

$$x^2 + y^2 - x - 2y - 2 = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$(-1)^2 + y^2 - (-1) - 2y - 2 = 0$$

$$y^2 - 2y = 0$$

$$y(y - 2) = 0$$

$$\therefore y = 0 \text{ 또는 } y = 2$$

따라서, 구하는 교점의 좌표는 $(-1, 0), (-1, 2)$

2. 두 원 $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$ 의 공통현의 길이는?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

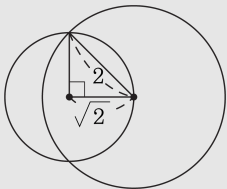
⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$x^2 + y^2 = 4, (x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$$

다음 그림과 같이 현의 길이의 $\frac{1}{2}$ 과

작은 원의 반지름 길이가 같다.



$$\therefore \text{현의 길이} : 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

3. 직선 $y = 2x$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시켰더니 두 원 $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 + 4x - ky + 1 = 0$ 의 공통현을 품는 직선이 되었다. 이 때, $m + k$ 의 값은 ?

- ① 2 ② -2 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

해설

직선 $y = 2x$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면 $y = 2x - 2m$
두 원의 공통현을 품는 직선을 구하면

$$x^2 + y^2 + 4x - ky + 1 - (x^2 + y^2 - 9) = 0$$

$$4x - ky + 10 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

그런데 ①과 $2x - y - 2m = 0$ 은 일치해야 하므로

$$\frac{4}{2} = \frac{-k}{-1} = \frac{10}{-2m}$$

$$\therefore k = 2, m = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore m + k = -\frac{1}{2}$$