1. 이차방정식 $3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b, c 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b + c = -5$

해설

$$\begin{aligned} 3(x-1)^2 - 2x &= x^2 + 2 \text{ 에서} \\ 3(x^2 - 2x + 1) - 2x &= x^2 + 2 \\ \therefore 2x^2 - 8x + 1 &= 0 \\ \text{따라서 } a = 2, b = -8, c = 1 \text{ 이므로} \\ a + b + c &= 2 + (-8) + 1 = -5 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $(x-1)^2 = x-3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -3, c = 4$$

$$\therefore a - b + c = 8$$

3. 방정식 $3x^2 + 2x = x^2 - x + 4$ 를 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = x^2 - x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

4. 다음 이차방정식 중에서 [] 안의 수가 해가 되는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $(x-3)^2 = 4x$ [1]

② $(x+2)(x-3) = 14$ [-1]

③ $x^2 + 2x - 3 = 0$ [3]

④ $x^2 = -4x + 12$ [-2]

⑤ $2x(x-3) = 0$ [0]

해설

[] 안의 수를 각 식의 x 에 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

① $(x-3)^2 = 4x$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $4 = 4$ 가 되어 성립한다.

⑤ $2x(x-3) = 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 = 0$ 이 되어 성립한다.

5. 다음 보기의 이차방정식 중에서 $x = 2$ 를 해로 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x^2 + 2x = 0$

㉡ $(x + 2)(x - 2) = 0$

㉢ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉣ $x^2 + 6x - 3 = 0$

㉤ $(x - 1)^2 = 1$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$x = 2$ 를 각 방정식에 대입해서 성립하는 것을 찾으면 ㉡, ㉢, ㉤이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 5 = 0$ 의 해는?

① $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

② $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

③ $x = \pm \sqrt{5}$

④ $x = \pm \frac{5}{2}$

⑤ $x = \pm 5$

해설

$$x^2 - 5 = 0, x^2 = 5$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}$$

7. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해는?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2$ 를 대입하면 $x = 1$ 일 때에만 성립한다.
따라서 해는 $x = 1$ 이다.

8. x 가 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-1, 4$ ⑤ 4

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

9. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9 ② 13 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 5x + 6 &= 0 \\(x - 3)(x - 2) &= 0 \\x &= 3 \text{ 또는 } x = 2 \\x = 2 \text{ 가 } 2x^2 - ax + 5a + 4 = 0 \text{ 의 근이므로 대입하면} \\2(2^2) - 2a + 5a + 4 &= 0 \\3a &= -12 \\a &= -4 \\\therefore a^2 &= (-4)^2 = 16\end{aligned}$$

10. 다음 등식 중에서 이차방정식에 해당하는 글자를 차례대로 쓰면 어떠한 문장이 된다.

이차방정식인 것을 골라 문장을 구하여라.

㉠	$4x(x-1) = 3x+1$	신
㉡	$2x^2+1 = 2x(x-1)$	바
㉢	$-x^2+5x-2$	람
㉣	$(x-1)(x+2) = 0$	나
㉤	$4x^2+1 = 4(x+1)$	는
㉥	$6x-1$	방
㉦	$x^2+2x = x^2-1$	정
㉧	$2(x-1)(x+1) = 2x^2+1$	식
㉨	$10x^2+5x-12 = 0$	수
㉩	$x(x+2) = 0$	학

▶ 답:

▶ 정답: 신나는 수학

해설

- ㉠ x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉡ 정리하면 $2x+1 = 0$: x 에 대한 일차방정식이다.
- ㉢ x 에 대한 이차식이다.
- ㉣ 정리하면 $x^2+x-2 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉤ x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉥ x 에 대한 일차식이다.
- ㉦ 정리하면 $2x+1 = 0$: x 에 대한 일차방정식이다.
- ㉧ 정리하면 $0 = 3$: 이차방정식이 아니다. 거짓인 등식이다.
- ㉨ x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉩ x 에 대한 이차방정식이다.

11. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

- ㉠ $2x^2 - 5 = x^2$
- ㉡ $x^2 = -x + 2$
- ㉢ $x^2 = 0$
- ㉣ $x^2 = (x-1)^2 + x^2$
- ㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$
- ㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식) $= 0$ 꼴의 등식이다.
∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ 5개

12. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

- ㉠ $x^2 = 0$
- ㉡ $x^2 = 8x$
- ㉢ $x^2 + 4x = x - 3$
- ㉣ $(x-2)^2 = 25$
- ㉤ $(x+1)^2 + 4 = x^2$
- ㉥ $(x+1)(x-4) = x^2(x+2)$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉢
- ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉣, ㉥
- ⑤ ㉡, ㉥

해설

- ㉣ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$
 $2x + 5 = 0$: 일차방정식
- ㉤ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$
 $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

13. $2(x-1)^2+3=ax^2-4x+5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$2(x^2-2x+1)+3=ax^2-4x+5$$

$$2x^2-4x+2+3=ax^2-4x+5$$

$$(2-a)x^2=0$$

$$\therefore a \neq 2$$

14. x 값의 범위가 $0 \leq x < 2$ 일 때, 이차방정식 $2x^2 - 7x + 6 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$$2x^2 - 7x + 6 = (2x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}, x = 2$$

x 의 범위가 $0 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

15. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

16. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 1, b = 44$

② $a = 1, b = -44$

③ $a = -1, b = -44$

④ $a = -44, b = 1$

⑤ $a = -44, b = -1$

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면
 $25 + 5a - 20 = 0 \therefore a = -1$
 $x^2 - x - 20 = 0, (x - 5)(x + 4) = 0$
따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.
 $x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면
 $32 + 12 + b = 0$
 $\therefore b = -44$

17. 이차방정식 $x^2+ax+8=0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2-10x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+ax+8=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $a=-6$ 이다.

$x^2-6x+8=0$, $(x-4)(x-2)=0$ 이므로

다른 한 근은 $x=4$ 이다.

$3x^2-10x+b=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면 $b=-8$

$\therefore a-b=-6-(-8)=2$

18. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + a &= 4 + 4 + a = 0 && \therefore a = -8 \\x^2 + bx - 6 &= 4 - 2b - 6 = 0 && \therefore b = -1 \\ \therefore ab &= (-8) \times (-1) = 8\end{aligned}$$

19. 방정식 $3x(Ax-5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A - 6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A - 6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

20. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

- ① $x = 0, x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 2, x = 3$
④ $x = 3$ ⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.
 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

21. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

- ① $x = 1, x = 3$ ② $x = 1, x = 5$ ③ $x = 1$
④ $x = 2, x = 3$ ⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.
따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.
 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

22. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

23. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 3$ 또는 $x = -5$ 일 때, A 의 값은?

- ① -15 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+5) &= 0 \\ x^2 + 2x - 15 &= 0 \\ \therefore A &= -15\end{aligned}$$

24. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

25. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① -15 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$