

1. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

2. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = (a^2 + 1)^2 - a^2$
 $= a^4 + a^2 + 1$

3. 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록 a, b 값을 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x=1$ 을 대입하면, $0=a-b \cdots \textcircled{1}$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면, $0=-2-a-b \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a=b=-1$

$\therefore a+b=-2$

4. 등식 $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$ 이 x 에 관한
항등식이 되도록 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입, } a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입, } c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

5. x 에 관한 정식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9라 한다. 이 정식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $4x+3$

② $4x+1$

③ $4x-1$

④ $4x-3$

⑤ $4x-5$

해설

$f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면,

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(3) = 3a + b = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = 4, b = -3$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 3$$

6. x 에 대한 다항식 $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 7, b = -6$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = 5, b = -3$
④ $a = 4, b = -5$ ⑤ $a = 3, b = 7$

해설

직접 나누면

몫이 $2x - 3$, 나머지가 $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

7. $f(x) = x^{2008} + x^{2010}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① $1+i$ ② $1-i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}\frac{1-i}{1+i} &= \frac{2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \\ f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) &= f(-i) = (-i)^{2008} + (-i)^{2010} \\ &= ((-i)^4)^{502} + ((-i)^4)^{502} \cdot (-i)^2 \\ &= 1 + (-1) \\ &= 0\end{aligned}$$

8. 다음 중 그 값이 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{114}$ 의 값과 같은 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$)
- ① $i+i^3+i^5+i^7+i^9+i^{11}$
- ② $i+i^4+i^7+i^{10}+i^{13}+i^{16}$
- ③ $i^2+i^5+i^8+i^{11}+i^{14}+i^{17}$
- ④ $i^3+i^6+i^9+i^{12}+i^{15}+i^{18}$
- ⑤ $\frac{1}{i}+\frac{1^2}{i}+\frac{1^3}{i}+\frac{1^4}{i}+\frac{1^5}{i}+\frac{1^6}{i}$

해설

i^n 의 주기성을 묻는 문제이다.
 $i=i, i^2=-1, i^3=i^2i=-i, i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1$
 이므로 곱에 대하여 주기가 4인 규칙을 지닌다.
 (준식) $= (i+i^2+i^3+i^4) + (i^5+i^6+i^7+i^8)$
 $\qquad \qquad \qquad + \cdots + (i^{109}+i^{110}+i^{111}+i^{112}) + i^{113}+i^{114}$
 $\qquad \qquad \qquad = (i-1-i+1) + (i-1-i+1)$
 $\qquad \qquad \qquad + \cdots + (i-1-i+1) + i-1$
 $\qquad \qquad \qquad = i-1$
 ① (준식) $= (i-i+i-i) + i-i = 0$
 ② (준식) $= (i+1-i-1) + i+1 = i+1$
 ③ (준식) $= (-1+i+1-i) - 1+i = -1+i$
 ④ (준식) $= (-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$
 ⑤ (준식) $= (-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$

9. 방정식 $a^2x+1=a(x+1)$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$a^2x+1=a(x+1)$ 에서 $a(a-1)x=a-1$

i) $a=1$ 일 때, $0 \cdot x=0$ 이므로 해는 무수히 많다.

ii) $a=0$ 이면 $0 \cdot x=-1$ 이므로 해가 없다.

iii) $a \neq 0, a \neq 1$ 일 때, $x = \frac{a-1}{a(a-1)} = \frac{1}{a}$

따라서 해가 없을 때의 a 의 값은 0이다.

10. 방정식 $(k^2 - 6)x = k(x + 1) + 2$ 의 해가 존재하지 않을 때, k 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

x 에 대하여 정리하면

$$(k^2 - k - 6)x = k + 2$$

$$(k + 2)(k - 3)x = k + 2$$

$k = 3$ 일 때, $0 \cdot x = 5$ (불능)

11. 이차방정식 $(\sqrt{2}-1)x^2 - (3-\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ 의 두 근은?

- ① $\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$
④ $-\sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}, -1 + \sqrt{2}$

해설

양변에 $\sqrt{2} + 1$ 을 곱하면
 $x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$
 $(x - \sqrt{2})\{x - (\sqrt{2} + 1)\} = 0$
 $\therefore x = \sqrt{2}, \sqrt{2} + 1$

해설

$x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$ 로 고친 후 근의 공식을 이용하여 풀어도 좋다.

12. 다음 방정식을 풀면?

$(\sqrt{3}-1)x^2-(\sqrt{3}+1)x+2=0$

- ① $x=-1$ 또는 $x=-\sqrt{3}$

② $x=-1$ 또는 $x=-\sqrt{3}-1$

③ $x=-1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$

④ $x=1$ 또는 $x=-\sqrt{3}+1$

⑤ $x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$

해설

x^2 의 계수를 유리수로 만들기 위해 양변에 $\sqrt{3}+1$ 을 곱하면
 $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)x^2-(\sqrt{3}+1)^2x+2(\sqrt{3}+1)=0$
 $2x^2-2(2+\sqrt{3})x+2(\sqrt{3}+1)=0$
 $x^2-(2+\sqrt{3})x+(\sqrt{3}+1)=0$
 $(x-1)\{x-(\sqrt{3}+1)\}=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$

13. 이차함수 $y = x^2 - 8x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 두 점에서 만날 때, 자연수 k 의 개수는?

① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개 ④ 13 개 ⑤ 15 개

해설

그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면
 $x^2 - 8x + k = 0$ 의 판별식이 0 보다 커야한다.
 $\Rightarrow D' = 4^2 - k > 0$
 $\Rightarrow k < 16$
 $\therefore$ 자연수 k 의 개수 : 15 개

14. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2a$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

A(α , 0), B(β , 0) ($\alpha < \beta$) 이라 하면

α, β 는 이차방정식 $x^2 + ax + 2a = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = 2a \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 때, $\overline{AB} = 2$ 이므로

$$\beta - \alpha = 2 \text{ 양변을 제곱하면}$$

$$(\beta - \alpha)^2 = 4$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하여 정리하면 } a^2 - 8a - 4 = 0$$

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 8 이다

15. x 의 값의 범위가 $2 \leq x \leq 4$ 인 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x - 1)^2 + 3$ 이므로
 $2 \leq x \leq 4$ 에서 $x = 2$ 일 때 최댓값 1,
 $x = 4$ 일 때 최솟값 -15 를 가진다.
따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $1 + (-15) = -14$

16. x 의 값의 범위가 $x \geq 3$ 인 이차함수 $y = 2x^2 - 8kx$ 의 최솟값이 10일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$y = 2x^2 - 8kx = 2(x - 2k)^2 - 8k^2 \text{ 이}$$

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2k, -8k^2)$ 이다.

- (i) $2k \geq 3$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표가 x 의 값의 범위에 속하므로
주어진 이차함수는 $x = 2k$ 일 때 최솟값을 갖는다. 최솟값
이 10 이므로 $-8k^2 = 10$, $k^2 = -\frac{5}{4}$ 이 때, 실수 k 의 값은
존재하지 않는다.

- (ii) $2k < 3$ 일 때 꼭짓점의 x 좌표가 x 의 값의 범위에 속하지
않으므로 주어진 이차함수는 $x = 3$ 일 때 최솟값을 갖는다.
최솟값이 10 이므로 $18 - 24k = 10$, $24k = 8$

$$\therefore k = \frac{1}{3}$$

17. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서 $a + b = 30$ 이다.

18. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채
꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{15}{2}$ m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$ m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

19. $|x + 1| + |y - 2| = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 곱 xy 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$|x + 1| \geq 0, |y - 2| \geq 0$ 이므로 $x + 1 = 0, y - 2 = 0$

$\therefore x = -1, y = 2$

따라서, 구하는 값은 $xy = -1 \cdot 2 = -2$

20. $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0 \text{에서 } x^2 + (y - 1)^2 = 0$$

x, y 는 실수이므로 $x^2 \geq 0, (y - 1)^2 \geq 0$

따라서, $x = 0, y - 1 = 0$ 이므로 $x = 0, y = 1$

$$\therefore x + y = 0 + 1 = 1$$

21. 모든 모서리의 길이의 합이 60이고, 대각선의 길이가 $\sqrt{77}$ 인 직육면체의 겉넓이는?

① 88 ② 100 ③ 124 ④ 148 ⑤ 160

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 x, y, z 라고 하면

$$4(x + y + z) = 60 \text{에서 } x + y + z = 15$$

또, 대각선의 길이는

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{77} \text{이므로}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 77$$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이고

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \text{이므로}$$

$$77 = 15^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 225 - 77 = 148$$

따라서, 직육면체의 겉넓이는 148이다.

22. $a-b=3$, $b-c=1$ 일 때, $ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$ 의 값은?

① -14

② -12

③ -8

④ -4

⑤ 0

해설

$$a-b=3 \quad \cdots \textcircled{A}, \quad b-c=1 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}+\textcircled{B} \text{에서 } a-c=4$$

$$\therefore ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$$

$$=ab(b-a)+c^2(b-a)-c(b^2-a^2)$$

$$ab(b-a)+(b-a)\{c^2-c(b+a)\}$$

$$=(b-a)(ab+c^2-bc-ca)$$

$$=(b-a)\{a(b-c)+c(c-b)\}$$

$$=(b-a)(b-c)(a-c)$$

$$=(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$=3 \times 1 \times (-4) = -12$$

23. 이차식 $x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1$ 이 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

$x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4(-6y^2 + ay - 1)}}{2}$$
$$= \frac{y \pm \sqrt{25y^2 - 4ay + 4}}{2}$$

일차식의 곱으로 인수분해가 되려면 $\sqrt{\quad}$ 안에 있는

$25y^2 - 4ay + 4$ 가 완전제곱식이 되어야 한다.

즉, $25y^2 - 4ay + 4 = (5y \pm 2)^2$

$\therefore -4a = \pm 20,$

$a = \pm 5$

$\therefore$ 양수 a 는 5

24. $x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$ 가 x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{8}{49}$ ② $\frac{49}{8}$ ③ 49 ④ 8 ⑤ 0

해설

$x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$ 를 x 에 대해 정리하면

$x^2 + 5yx + ay^2 + y - 2$

이 이차식이 두 개의 일차식으로 인수분해 되려면

판별식이 완전제곱식이 되어야 한다.

$$D = (25 - 4a)y^2 - 4y + 8$$

$$\frac{D'}{4} = 4 - 8(25 - 4a) = 0,$$

$$4 - 200 + 32a = 0$$

$$\therefore a = \frac{49}{8}$$

25. a, b, c 는 실수이고, $a > 0, ac - b^2 > 0, b \neq 0$ 이라 할 때, x 의 이차방정식 $x^2 - (a + c)x + ac - b^2 = 0$ 의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① 서로 다른 두 개의 음의 근 ② 서로 다른 두 개의 양의 근
③ 양의 중근 ④ 음의 중근
⑤ 서로 다른 두 허근

해설

$x^2 - (a + c)x + ac - b^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = (a + c)^2 - 4(ac - b^2)$
 $= (a - c)^2 + 4b^2 > 0 \cdots \textcircled{1} (\because b \neq 0)$
 $a > 0, ac > b^2 > 0$ 에서 $c > 0$ 이므로
(두 근의 곱) $= ac - b^2 > 0 \cdots \textcircled{2}$
(두 근의 합) $= a + c > 0 \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 주어진 방정식은 서로 다른 두 개의 양의 근을 가진다.

26. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - k(k+3)x + k^2 - 1 = 0$ 의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 k 의 조건은?

- ① $-1 < k \leq 1$ ② $-1 < k < 1$ ③ $0 < k \leq 2$
④ $-1 \leq k \leq 0$ ⑤ $-1 \leq k \leq 1$

해설

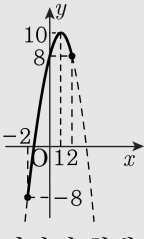
이차방정식의 두 근을 α, β 라 하자.
(i) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,
 $\alpha\beta = k^2 - 1 < 0, (k+1)(k-1) < 0$
 $\therefore -1 < k < 1$
(ii) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,
 $\alpha + \beta = k(k+3) > 0 \quad \therefore k > 0, k < -3$
 $\alpha\beta = k^2 - 1 = 0 \quad \therefore k = \pm 1$
따라서, $k = 1$
그러므로, (i)과 (ii)에서 $-1 < k \leq 1$

27. $2x^2 + y^2 = 8$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $4x + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$2x^2 + y^2 = 8$ 에서
 $y^2 = 8 - 2x^2$ 으로 놓으면
 $y^2 = 8 - 2x^2 \geq 0, x^2 - 4 \leq 0$
 $\therefore -2 \leq x \leq 2$
이 때, $y^2 = 8 - 2x^2$ 을 $4x + y^2$ 에 대입하면
 $4x + y^2 = 4x + (8 - 2x^2) = -2(x - 1)^2 + 10$
여기서 $f(x) = 4x + y^2 = -2(x - 1)^2 + 10$
이라고 하면 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로
다음 그림에서 $x = 1$ 일 때
 $f(x)$ 의 최댓값은 10
 $x = -2$ 일 때 $f(x)$ 의 최솟값은 $-2(-2 - 1)^2 + 10 = -8$



따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + (-8) = 2$

28. $2x + y = 8$ 일 때, $2xy$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$y = 8 - 2x$$

$$2xy = 2x(8 - 2x) = -4x^2 + 16x$$

$$= -4(x^2 - 4x + 4 - 4) = -4(x - 2)^2 + 16$$

따라서 $x = 2$, $y = 4$ 일 때, 최댓값은 16 이다.

29. 2년 전의 A 와 B 의 임금은 서로 같았으나 그 해 A 의 임금은 8% 인상되었고, 작년에는 다시 47% 인상되었다. 반면 B 의 임금은 2년 전과 작년의 임금 인상률이 모두 $a\%$ 로 일정했다. 두 사람의 올해 임금이 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

2년 전 두 사람의 임금을 k 원이라면

올해 A 와 B 의 임금은 각각

$$A : k(1 + 0.08)(1 + 0.47)$$

$$B : k \left(1 + \frac{a}{100} \right)^2$$

따라서

$$(100 + a)^2 = 108 \times 147 = 3 \times 3 \times 6 \times 6 \times 7 \times 7$$

$$\therefore 100 + a = 126$$

$$\therefore a = 26$$

30. 직육면체의 한 꼭짓점 A에 모인 세면의 넓이의 비가 2 : 3 : 4 일 때, 꼭짓점 A에 모인 세 모서리의 길이의 비를 구하면?

① 2 : 3 : 4

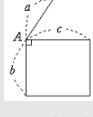
② 4 : 3 : 7

③ 3 : 1 : 4

④ 4 : 3 : 6

⑤ 4 : 5 : 6

해설



꼭짓점 A의 각면은 넓이비가 2 : 3 : 4 이므로,

$$\begin{cases} ab = 2k^2 \dots ① \\ bc = 3k^2 \dots ② \\ ca = 4k^2 \dots ③ \end{cases}$$

(k는 양의 상수)

$$ab \times bc \times ca = 2k^2 \cdot 3k^2 \cdot 4k^2, (abc)^2 = 24k^6$$

$$\therefore abc = 2\sqrt{6}k^3 \dots ④$$

$$④ \div ② \text{ 하면 } a = \frac{2}{3}\sqrt{6}k$$

$$④ \div ③ \text{ 하면 } b = \frac{\sqrt{6}}{2}k$$

$$④ \div ① \text{ 하면 } c = \sqrt{6}k$$

$$\therefore a : b : c = \frac{2}{3} : \frac{1}{2} : 1 = 4 : 3 : 6$$

31. 방정식 $2x^2 + 2xy + 5y^2 + 6x + 12y + 9 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

준식을 y 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$5y^2 + 2(x+6)y + (2x^2 + 6x + 9) = 0$$

y 가 실근을 가져야 하므로 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (x+6)^2 - 5(2x^2 + 6x + 9) \\ &= -9x^2 - 18x - 9 = -9(x+1)^2 \geq 0\end{aligned}$$

따라서 $-9(x+1)^2 = 0$

$$x+1 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

준식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 2y + 5y^2 - 6 + 12y + 9 = 0$$

$$5y^2 + 10y + 5 = 0$$

$$5(y+1)^2 = 0$$

$$\therefore y = -1$$

$$\therefore x + y = -2$$

32. 방정식 $2x^2 - 4xy + 5y^2 - 8x - 4y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값은?

- ① $x = 2, y = 4$
- ② $x = 4, y = 2$
- ③ $x = -1, y = 2$
- ④ $x = 2, y = -1$
- ⑤ $x = -2, y = 1$

해설

판별식을 이용하기 위해 준식을 x 에 관하여 정리하면,
 $2x^2 - 4(y + 2)x + 5y^2 - 4y + 20 = 0 \cdots \textcircled{1}$

①이 실근을 가지므로 $\frac{D}{4} \geq 0$ 에서

$$4(y + 2)^2 - 10y^2 + 8y - 40 \geq 0$$

$$6y^2 - 24y + 24 \leq 0$$

$$6(y^2 - 4y + 4) \leq 0$$

$$6(y - 2)^2 \leq 0 \quad \therefore y = 2 \quad (\because y \text{ 는 실수})$$

$y = 2$ 를 ①에 대입하면,

$$2x^2 - 16x + 32 = 0, \quad 2(x - 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 4$$