

1. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 15^2 - 16^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -136

해설

$$\begin{aligned} & (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + (5-6)(5+6) + \cdots + (15-16)(15+16) \\ &= -(1+2+3+4+5+\cdots+15+16) \\ &= -(17 \times 8) \\ &= -136 \end{aligned}$$

2. 다음은 이차방정식과 그 해를 나타낸 것이다. 옳지 못한 것은?

① $(x+2)^2=9$, $x=1$ 또는 $x=-5$

② $3(x+1)^2=48$, $x=3$ 또는 $x=-5$

③ $2(x-1)^2=20$, $x=1\pm\sqrt{10}$

④ $(3x-2)^2=36$, $x=\frac{8}{3}$ 또는 $x=-\frac{4}{3}$

⑤ $4(x+3)^2-9=0$, $x=0$ 또는 $x=-6$

해설

⑤ $(x+3)^2=\frac{9}{4}$

$x+3=\pm\frac{3}{2}$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $-\frac{9}{2}$

3. 이차방정식 $5x^2 - x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{10}$ 라고 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10}$$

$$A = 1, B = 21$$

$$\therefore A + B = 22$$

4. 다음의 이차함수 중에서 그래프가 아래로 볼록한 것은?

① $y = -x^2$

② $y = 4x^2$

③ $y = -\frac{1}{4}x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면, 아래로 볼록하다

5. $x^2 + y^2 - 4 - 2xy$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

- ① $x - y - 2$ ② $x - y - 4$ ③ $x + y - 2$
④ $x - y + 4$ ⑤ $x + y + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 4 - 2xy &= (x - y)^2 - 2^2 \\&= (x - y + 2)(x - y - 2)\end{aligned}$$

6. $x = -3 + \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 + 6x + 9$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (-3 + \sqrt{5} + 3)^2 = 5$$

7. 이차방정식 $(x+3)^2 = x+8$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$(x+3)^2 = x+8, x^2 + 5x + 1 = 0$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 1$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta - 2\alpha\beta \\ &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= 25 - 4 = 21\end{aligned}$$

8. 다음 중 그 그래프가 위로 볼록하고, 폭이 가장 넓은 이차함수는?

① $y = x^2$

② $y = -\frac{4}{3}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

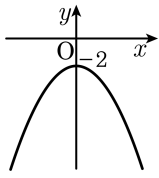
$y = ax^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하면 $a > 0$, 위로 볼록하면 $a < 0$

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

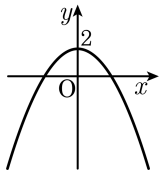
따라서 x^2 의 계수가 음수 이면서 절댓값이 가장 작은 것은 ⑤ 이다.

9. 다음 중 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프는?

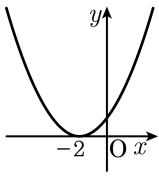
①



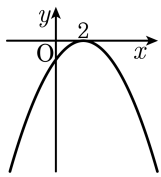
②



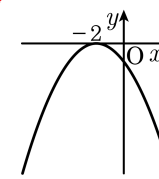
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

10. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

11. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0$, $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$2x^2 - 2x - 12 = 2(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 동시에 만족하는 x 의 값은 3 이다.

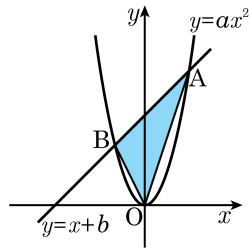
12. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하면?

- ① 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = -5$ ② 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = 3$
③ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 3$ ④ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 13$
⑤ 꼭짓점 $(3, -13)$, 축 $x = 3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 13 \\ &= 2(x^2 - 6x) + 13 \\ &= 2(x - 3)^2 - 5 \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (3, 9) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 9a$, $a = 1 \quad \therefore y = x^2$
 $y = x + b$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 3 + b$, $b = 6 \quad \therefore y = x + 6$
 $y = x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면
 $x^2 = x + 6$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x - 3)(x + 2) = 0$
 $x = -2$ 또는 $x = 3$
 $\therefore B(-2, 4)$
 $y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로
 $\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$ 이다.

14. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

15. 둘레의 길이가 48cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되도록 하는 직사각형의 가로, 세로의 길이를 순서대로 써라.

▶ 답 : cm

▶ 답: cm

▶ 정답 : 12cm

▶ 정답 : 12cm

해설

가로, 세로의 길이를 각각 x cm, $(24 - x)$ cm 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(24 - x) \\ &= -x^2 + 24x \\ &= -(x - 12)^2 + 144 \end{aligned}$$

$x = 12$ 일 때, 최댓값 144를 갖는다.

$$\therefore x = 12, 24 - x = 12$$

따라서 가로와 세로의 길이는 각각 12cm, 12cm이다.