

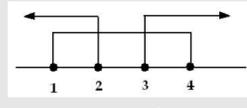
1. 부등식  $|x^2 - 5x + 5| \leq 1$ 을 만족하는 정수  $x$ 의 개수는?

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} &|x^2 - 5x + 5| \leq 1 \\ \Rightarrow &x^2 - 5x + 5 \geq -1, \quad x^2 - 5x + 5 \leq 1 \\ \text{i) } &x^2 - 5x + 5 \geq -1 \\ &x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ \Rightarrow &(x-2)(x-3) \geq 0 \\ \Rightarrow &x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 3 \\ \text{ii) } &x^2 - 5x + 5 \leq 1 \\ &x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ \Rightarrow &(x-1)(x-4) \leq 0 \\ \Rightarrow &1 \leq x \leq 4 \end{aligned}$$

공통부분을 구하면,



$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \text{ 또는 } 3 \leq x \leq 4$$

$$\therefore x = 1, 2, 3, 4$$

2. 부등식  $\left(x + \frac{1}{x}\right)(x^2 - |x| - 2) \leq 0$  을 풀면?

- ①  $0 < x \leq 1$  또는  $x \leq -2$       ②  $0 < x \leq 1$  또는  $x \leq -1$   
③  $0 < x \leq 2$  또는  $x \leq -1$       ④  $0 < x \leq 2$  또는  $x \leq -2$   
⑤  $0 < x \leq 2$  또는  $x \leq 0$

해설

①  $x > 0$ 이면  $|x| = x$ ,  $x + \frac{1}{x} > 0$  이므로

$$x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow (x-2)(x+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2$$

$$\therefore 0 < x \leq 2 \quad (\because x > 0)$$

②  $x < 0$ 이면  $|x| = -x$ ,  $x + \frac{1}{x} < 0$  이므로

$$x^2 + x - 2 \geq 0 \rightarrow (x-1)(x+2) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2, x \geq 1$$

$$\therefore x \leq -2 \quad (\because x < 0)$$

$$\text{①, ②에서 } 0 < x \leq 2, x \leq -2$$

3. 부등식  $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수를 구하면?

- ① 4개    ② 5개    ③ 6개    ④ 7개    ⑤ 8개

해설

(i)  $x > 0$   
 $x^2 - 5x + 4 \leq 0$   
 $(x-1)(x-4) \leq 0$   
 $\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$   
(ii)  $x < 0$   
 $x^2 + 5x + 4 \leq 0$   
 $(x+1)(x+4) \leq 0$   
 $\Rightarrow -4 \leq x \leq -1$   
 $\therefore$  정수의 개수 : 8개

4. 부등식  $x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 의 해가  $\alpha < x < \beta$ 일 때,  $\beta - \alpha$ 의 값은?

- ① 0      ② -2      ③ 2      ④ 6      ⑤ -6

해설

$x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 에서 구간을 나누어 해를 구한다.

(i)  $x \geq 1$ 일 때,  $x^2 - 2x - 2 < 2(x - 1)$

$x^2 - 4x < 0$ ,  $x(x - 4) < 0$ ,  $0 < x < 4$

공통범위는  $1 \leq x < 4$

(ii)  $x < 1$ 일 때,  $x^2 - 2x - 2 < -2(x - 1)$

$x^2 - 4 < 0$ ,  $-2 < x < 2$

공통범위는  $-2 < x < 1$

i + ii :  $-2 < x < 4 \Leftrightarrow \alpha < x < \beta$

$\therefore \beta - \alpha = 4 - (-2) = 6$

5. 부등식  $(|x-1|)(|x-3|) < 0$  을 만족하는 정수  $x$  의 개수는?

- ① 6개    ② 5개    ③ 4개    ④ 3개    ⑤ 2개

해설

$(|x-1|)(|x-3|) < 0$   
 $1 < |x| < 3$ 에서 구간을 나누면  
(i)  $x \geq 0$ 일 때,  $1 < x < 3$ , 정수 : 2  
(ii)  $x < 0$ 일 때,  $1 < -x < 3$ ,  
 $-3 < x < -1$  정수 : -2  
 $\therefore$  정수의 개수 : 2개

6. 이차부등식  $x^2 - |x| - 6 < 0$ 의 해가  $a < x < b$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

- ① 5      ② 10      ③ 13      ④ 16      ⑤ 18

해설

$x \geq 0$ 일 때  
 $x^2 - x - 6 < 0$ 에서  $(x+2)(x-3) < 0$   
 $-2 < x < 3$      $\therefore 0 \leq x < 3$   
 $x < 0$ 일 때  
 $x^2 + x - 6 < 0$ 에서  $(x+3)(x-2) < 0$   
 $-3 < x < 2$      $\therefore -3 < x < 0$   
 $\therefore -3 < x < 3$ 이므로  $a = -3, b = 3$   
따라서  $a^2 + b^2 = 9 + 9 = 18$

7. 부등식  $x^2 - 4x + 3 < 0$ 을 만족하는 정수  $x$ 의 개수는?

- ① 0개                      ② 1개                      ③ 2개  
④ 3개                      ⑤ 무수히 많다.

해설

$$x^2 - 4x + 3 < 0 \text{에서 } |x|^2 - 4|x| + 3 < 0$$

$$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$$

$$1 < |x| < 3$$

따라서, 정수  $x = 2, -2$

8. 부등식  $x^2 - 4x - 5 < 0$ 을 풀면?

- ①  $-5 < x < 5$       ②  $-5 < x < 0$       ③  $-5 < x < 1$   
④  $-1 < x < 5$       ⑤  $-1 < x < 6$

해설

(i)  $x \geq 0$ 일 때,  $|x| = x$ 이므로

$$x^2 - 4x - 5 < 0, (x-5)(x+1) < 0$$

$$-1 < x < 5$$

이 때  $x \geq 0$ 과의 공통범위는  $0 \leq x < 5$

(ii)  $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 4x - 5 < 0, (x+5)(x-1) < 0$$

$$-5 < x < 1$$

이 때  $x < 0$ 과의 공통 범위는  $-5 < x < 0$

(i), (ii)에서  $-5 < x < 5$

9. 부등식  $x^2 - |x| - 12 \geq 0$ 을 풀면?

①  $x \leq -4$  또는  $x \geq 1$

②  $x \leq -4$  또는  $x \geq 2$

③  $x \leq -4$  또는  $x \geq 3$

④  $x \leq -4$  또는  $x \geq 4$

⑤  $x \leq -4$  또는  $x \geq 5$

해설

(i)  $x \geq 0$ 일 때,  $|x| = x$ 이므로

주어진 부등식은  $x^2 - x - 12 \geq 0$ ,  $(x+3)(x-4) \geq 0$

$\therefore x \leq -3$  또는  $x \geq 4 \cdots \text{㉠}$

이 때,  $x \geq 0$ 과 ㉠의 공통 범위를 구하면 다음 수직선에서  $x \geq 4$

(ii)  $x < 0$ 일 때,  $x^2 + x - 12 \geq 0$ ,  $(x+4)(x-3) \geq 0$

$\therefore x \leq -4$  또는  $x \geq 3 \cdots \text{㉡}$

이 때,  $x < 0$ 과 ㉡의 공통 범위를 구하면  $x \leq -4$

따라서,  $x \leq -4$  또는  $x \geq 4$

10. 부등식  $3x^2 \geq 2|x-1| + 3$ 의 해가  $x \leq \alpha$  또는  $x \geq \beta$ 일 때,  $3\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1

해설

(i)  $x < 1$ 일 때,

$$3x^2 \geq -2(x-1) + 3, 3x^2 + 2x - 5 \geq 0$$

$$(x-1)(3x+5) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{5}{3} \text{ 또는 } x \geq 1$$

그런데  $x < 1$ 이므로  $x \leq -\frac{5}{3}$

(ii)  $x \geq 1$ 일 때,

$$3x^2 \geq 2(x-1) + 3, 3x^2 - 2x - 1 \geq 0$$

$$(x-1)(3x+1) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x \geq 1$$

그런데  $x \geq 1$ 이므로  $x \geq 1$

(i), (ii)에 의해  $\therefore x \leq -\frac{5}{3}$  또는  $x \geq 1$

따라서  $\alpha = -\frac{5}{3}, \beta = 1$ 이므로  $3\alpha + \beta = -4$

11. 부등식  $|x^2 - 4x - 6| \leq 6$ 의 해를 구하면?

- ①  $-2 \leq x < 6$                       ②  $0 \leq x \leq 4$   
③  $x \leq -2$  또는  $x \geq 6$             ④  $-2 \leq x \leq 0$  또는  $4 \leq x \leq 6$   
⑤  $x \leq 0$  또는  $x \geq 4$

해설

$$|x^2 - 4x - 6| \leq 6 \text{에서}$$

$$\frac{-6 < x^2 - 4x - 6 \leq 6}{\text{㉠} \qquad \qquad \qquad \text{㉡}}$$

$$\text{㉠에서 } x^2 - 4x \geq 0, x(x-4) \geq 0 \\ \therefore x \leq 0 \text{ 또는 } x \geq 4$$

$$\text{㉡에서 } x^2 - 4x - 12 \leq 0, (x+2)(x-6) \leq 0 \\ \therefore -2 \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면  
 $-2 \leq x \leq 0$  또는  $4 \leq x \leq 6$

12. 다음 부등식의 해가  $a < x < b$  일 때  $ab$ 의 값은?

$$x^2 + |x| - 2 < 0$$

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

(i)  $x \geq 0$ 일 때,  $|x| = x$ 이므로  
 $x^2 + x - 2 < 0$ ,  $(x+2)(x-1) < 0$   
 $\therefore -2 < x < 1$   
이 때,  $x \geq 0$ 과  $-2 < x < 1$ 의 공통 범위는  $0 \leq x < 1$

(ii)  $x < 0$ 일 때,  $|x| = -x$ 이므로  
 $x^2 - x - 2 < 0$ ,  $(x-2)(x+1) < 0$   
 $\therefore -1 < x < 2$   
이 때  $x < 0$ 과  $-1 < x < 2$ 의 공통 범위는  $-1 < x < 0$

(i), (ii)에서  $-1 < x < 1$

13. 부등식  $x^2 - 3|x| - 4 > 0$ 의 해를 구하면?

- ①  $x < -4$  또는  $x > 4$                       ②  $x < -1$  또는  $x > 4$   
③  $x < 1$  또는  $x > -4$                       ④  $-1 < x < 4$   
⑤  $-1 < x < 3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로

(i)  $x \geq 0$

$$x^2 - 3x - 4 > 0$$

$$(x+1)(x-4) > 0$$

$$x < -1 \text{ 또는 } x > 4$$

$$x \geq 0 \text{ 이므로 } x > 4$$

(ii)  $x < 0$

$$x^2 + 3x - 4 > 0$$

$$(x-1)(x+4) > 0$$

$$x < -4 \text{ 또는 } x > 1$$

$$x < 0 \text{ 이므로 } x < -4$$

(i) (ii)로부터  $x < -4$  또는  $x > 4$

14. 다음 두 식을 동시에 만족하는 정수  $x, y$  의 순서쌍  $(x, y)$  의 개수를 구하면?

$$\begin{aligned} |x^2 - 2x| &= y - 1 \quad \text{..... ㉠} \\ y &\leq x + 1 \quad \text{..... ㉡} \end{aligned}$$

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

**해설**

㉠에서  $y = |x^2 - 2x| + 1$  이므로  
 ㉡에 대입하면  $|x^2 - 2x| \leq x$   
 (i)  $x^2 - 2x \geq 0$  ( $x \leq 0, x \geq 2$ ) 일 때  
 $x^2 - 2x \leq x$   
 $\therefore x(x-3) \leq 0$   
 $\therefore 0 \leq x \leq 3$   
 조건과 공통 범위를 구하면  $x = 0, 2 \leq x \leq 3$   
 (ii)  $x^2 - 2x < 0$  ( $0 < x < 2$ ) 일 때  
 $-(x^2 - 2x) \leq x$   
 $\therefore x(x-1) \geq 0$   
 $\therefore x \leq 0, x \geq 1$   
 조건과 공통 범위를 구하면  $1 \leq x < 2$   
 (i), (ii) 에서 정수  $x$  를 구하면  $x = 0, 1, 2, 3$   
 $x$  의 값을 ㉠에 차례로 대입하면  $y = 1, 2, 1, 4$   
 구하는 순서쌍  $(x, y)$  는  
 $(0, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 4)$   
 따라서 구하는 개수는 4 개다.

15. 부등식  $|x^2 - 1| + 3x < 3$ 의 해가  $\alpha < x < \beta$ 일 때, 상수  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

절댓값 기호 안을 0으로 하는  $x$ 의 값을 경계로 하여 구간을 나누어 본다.

(i)  $x^2 - 1 \geq 0$ ,

즉  $x \leq -1$  또는  $x \geq 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = x^2 - 1$ 이므로 주어진 부등식은

$$x^2 - 1 + 3x < 3, \quad x^2 + 3x - 4 < 0$$

$$(x + 4)(x - 1) < 0$$

$$\therefore -4 < x < 1$$

이 때 조건에서  $x \leq -1$  또는  $x \geq 1$ 이므로

이를 만족하는  $x$ 값의 범위는  $-4 \leq x \leq -1$

(ii)  $x^2 - 1 < 0$ ,

즉  $-1 < x < 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = -x^2 + 1$ 이므로 주어진 부등식은

$$-x^2 + 1 + 3x < 3, \quad x^2 - 3x + 2 > 0$$

$$(x - 1)(x - 2) > 0$$

$$\therefore x < 1 \text{ 또는 } x > 2$$

이 때 조건에서  $-1 < x < 1$ 이므로

이를 만족하는  $x$ 의 값의 범위는  $-1 < x < 1$

(i), (ii)로부터 주어진 부등식의 해는  $-4 < x < 1$

따라서  $\alpha = -4, \beta = 1, \alpha + \beta = -3$