

1. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{7}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

2. 이차방정식 $(x-3)^2 = 4x$ 와 공통인 해를 갖는 방정식은?

① $x^2 - 4x + 3 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 - 10x = 9$

④ $x^2 + 10x + 9 = 0$

⑤ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x-3)^2 &= 4x \\ x^2 - 6x + 9 - 4x &= 0 \\ x^2 - 10x + 9 &= 0 \\ (x-1)(x-9) &= 0 \\ x = 1 \text{ 또는 } x = 9 \\ \textcircled{1} \quad x^2 - 4x + 3 &= 0 \\ (x-3)(x-1) &= 0 \\ x = 1 \text{ 또는 } x = 3\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2b - 4 = 0$ 이 중근 $x = -2$ 를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 4

해설

중근 -2 를 가지므로
 $(x + 2)^2 = 0$ 에서
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
양변에 2를 곱하면
 $2x^2 + 8x + 8 = 0$
 $\therefore a = -8, b = 6$
 $\therefore a + b = -2$

4. 이차방정식 $0.1x^2 = 1 - 0.3x$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$

② $x = 2$ 또는 $x = -5$

③ $x = -1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$0.1x^2 = 1 - 0.3x$$

각 항에 10 을 곱하여 정리하면

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

5. 이차방정식 $5x^2+4\sqrt{3}x-10=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $25\left(\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -74

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -\frac{4\sqrt{3}}{5}, \quad \alpha\beta = -2$$

$$\begin{aligned}\therefore 25\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right) &= 25\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right) \\ &= 25\left\{\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}\right\} \\ &= -74\end{aligned}$$

6. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 153이 되려면 1부터 n 까지를 더해야 한다고 할 때, n 은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 153 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 306 = 0$$

$$(n-17)(n+18) = 0$$

$$\therefore n = 17 \text{ } (\because n > 0)$$

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로
 $27 = a(-3)^2, a = 3$

8. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

9. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ~~(가)~~ 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ~~(나)~~ 대칭축은 y 축이다.
- ~~(다)~~ y 의 값의 범위는 $y > 0$ 이다.
- ~~(라)~~ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

- ①

~~(가)~~, ~~(나)~~
- ②

~~(가)~~, ~~(나)~~, ~~(다)~~
- ③

~~(나)~~, ~~(다)~~
- ④

~~(가)~~, ~~(나)~~, ~~(라)~~
- ⑤

~~(다)~~, ~~(라)~~

해설

- ~~(다)~~ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$
- ~~(라)~~ $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

10. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점 $(1, k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 12 ⑤ 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수의 식은

$y = 3(x+2)^2$ 이고, 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k = 3(1+2)^2$$

$$\therefore k = 27$$

11. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\ &= 2(x + 3)^2 + 3 \end{aligned}$$

$$-4 - p = 3, \quad p = -7$$

$$-6 + q = 3, \quad q = 9$$

$$\therefore p + q = 2$$

12. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① $a : -2$ 또는 0 , $b : 0$

② $a : -5$ 또는 -1 , $b : -5$

③ $a : 1$ 또는 -3 , $b : \frac{3}{2}$

④ $a : 1$ 또는 5 , $b : 5$

⑤ $a : 0$ 또는 2 , $b : 0$

해설

$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

14. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

15. x 축에 접하고 축의 방정식이 $x = 2$, y 절편이 -2 인 이차함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$

② $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x-2)^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2$ 의 y 절편 $4a = -2$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

16. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k + 2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

17. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

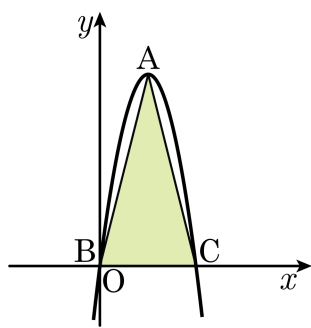
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} h &= 20t - t^2 + 20 \\ &= -(t^2 - 20t) + 20 \\ &= -(t - 10)^2 + 120 \end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.

18. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 8x$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

$y = -x^2 + 8x = -(x - 4)^2 + 16$ 에서 $A(4, 16)$ 이므로 삼각형의 높이는 16이다.

$y = -x(x - 8)$ 에서 $B(0, 0)$, $C(8, 0)$ 이므로 $\overline{BC} = 8$

$\therefore (\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$

19. 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 을 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $(1, 2)$

③ $(2, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$$c = -6, a + b - 6 = 0, 4a + 2b - 6 = 2$$

$$\therefore a = -2, b = 8, c = -6$$

$$\therefore y = -2x^2 + 8x - 6 = -2(x - 2)^2 + 2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 2)$ 이다.

20. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에

$x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$

$\therefore a - b = 4 - 3 = 1$

21. 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$D = 4(m-1)^2 - 4(m^2 - 4) = 0$$

$$m^2 - 2m + 1 - m^2 + 4 = 0$$

$$-2m + 5 = 0$$

$$\therefore m = \frac{5}{2}$$

22. 이차방정식 $5x^2 - 2x - a = 0$ 의 두 근의 곱이 -2 이고 해가 $\frac{k \pm \sqrt{m}}{5}$ 일 때, $m - k$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수, k 와 m 은 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$(\text{두 근의 곱}) = -\frac{a}{5} = -2$$

$$\therefore a = 10$$

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{2}{5} = \frac{2k}{5}$$

$$\therefore k = 1$$

$$\left(\frac{k + \sqrt{m}}{5}\right) \times \left(\frac{k - \sqrt{m}}{5}\right) = \frac{k^2 - m}{25} = \frac{1 - m}{25} = -2, m = 51$$

$$\therefore m - k = 51 - 1 = 50$$

23. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - ax - b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2x^2 - ax - b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로

$2 - \sqrt{5}$ 가 근이면 $2 + \sqrt{5}$ 도 근이다.

근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{2} = (2 - \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{5}), a = 8$$

$$-\frac{b}{2} = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}), -\frac{b}{2} = -1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 6$$

24. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, 5$ 일 때, $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{15}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $-a = -3 + 5, a = -2$

$b = -3 \times 5 = -15$

$ax^2 + bx + 5 = 0$ 에 $a = -2, b = -15$ 대입하면

$-2x^2 - 15x + 5 = 0$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-15)}{-2} = -\frac{15}{2}$ 이다.

25. 차가 3 인 두 양의 정수의 곱이 108 일 때, 이 두 양의 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 양의 정수를 x , $x + 3$ 이라 하면

$$x(x + 3) = 108, x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$(x + 12)(x - 9) = 0$$

$$x = -12 \text{ 또는 } x = 9$$

x 는 양수이므로

$$x = 9, x + 3 = 12$$

$$\therefore 9 + 12 = 21$$

26. 지은이는 가로 18m, 세로 9m의 꽃밭을 가지고 있다. 이 꽃밭을 가로로 일정한 길이만큼 줄이고, 세로로 줄인 길이만큼 늘렸더니, 처음 꽃밭보다 18m² 커졌다. 지은이는 나중의 꽃밭의 가로의 길이와 세로의 길이의 합을 구하여야.

▶ 답: m

▶ 정답 : 27 m

해설

조절한 꽃밭의 길이를 x_m 라 하면

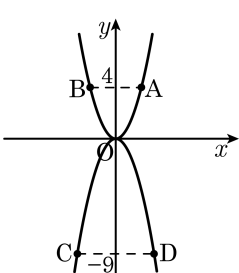
$$(18 - x)(9 + x) = 18 \times 9 + 18$$

$$x^2 - 9x + 18 = (x - 6)(x - 3) = 0$$

$x = 6$ 또는 $x = 3$ 이다.

따라서 (가로 길이)+(세로 길이)=12+15=27 (m) 이다.

27. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 점 A 와 점 B, 점 C 와 점 D 사이의 거리를 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

점 A, B 는 y 의 값이 4 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 2, -2 이다. 따라서 점 A, B 사이의 거리는 4이다. 점 C, D 는 y 의 값이 -9 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 -3, 3 이다. 따라서 점 C, D 사이의 거리는 6 이다.

28. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것을 모두 골라라.

- ㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉡ $y = -4x^2 + 8x$

㉢ $y = -2x^2 + 4$

㉣ $y = -x^2 - 2x - 2$

㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1$

▶ 답 :

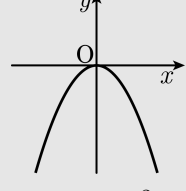
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

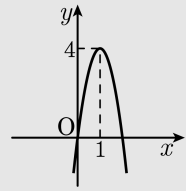
▷ 정답 : ㉤

해설

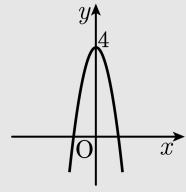
㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$: 꼭짓점이 $(0, 0)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



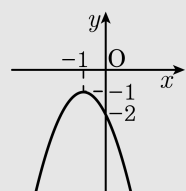
㉡ $y = -4x^2 + 8x = -4(x - 1)^2 + 4$: 꼭짓점이 $(1, 4)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 3, 4 사분면을 지난다.



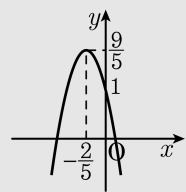
㉢ $y = -2x^2 + 4$: 꼭짓점이 $(0, 4)$ 이고, y 절편은 4 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



㉣ $y = -x^2 - 2x - 2 = -(x + 1)^2 - 1$: 꼭짓점이 $(-1, -1)$ 이고, y 절편은 -2 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1 = -5\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}$: 꼭짓점이 $\left(-\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right)$ 이고, y 절편은 1 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



29. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 $y = -x^2 + 4x + 2$ 가 되었다. $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned}y &= -(x-m)^2 + n \\&= -(x^2 - 2mx + m^2) + n \\&= -x^2 + 2mx - m^2 + n\end{aligned}$$

$$2m = 4$$

$$\therefore m = 2$$

$$-m^2 + n = 2$$

$$-4 + n = 2$$

$$\therefore n = 6$$

$$\therefore m + n = 2 + 6 = 8$$

30. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에서 x 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

$$y = -(x-2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점이 (2, -1) 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 2$