1. $x^2 - 3x + 1 = ax^2 + bx$ 이 이차방정식 일 때, a 값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단, a, b 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - 3x + 1 = ax^2 + bx$ 에서
$(1-a)x^2 - (3+b)x + 1 = 0$
$\therefore x^2$ 의 계수가 0 이 아니어야 하므로 $a \neq 1$

2. 다음 중 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해는?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 식에 대입하면 $1 + 2 - 3 = 0$ 이다.

3. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -12$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$x^2 + 10x - 24 = 0$
$(x + 12)(x - 2) = 0$
$\therefore\ x = -12$ 또는 $x = 2$

4. $x^2-5x-14=0$ 의 두 근 중 큰 근이 $x^2+3x+k=0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -70

해설

$x^2-5x-14=0$, $(x-7)(x+2)=0$,
$x=7$ 또는 $x=-2$ 에서 큰 근
$x=7$ 이 $x^2+3x+k=0$ 의 근이므로 $49+21+k=0$,
$\therefore\ k=-70$

5. 이차방정식 $x^2 - 12x + 6 + 3m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m = 10$

해설

$x^2 - 12x + 6 + 3m = 0$ 이 중근을 가지려면

$\frac{D}{4} = 0$ 이므로

$\frac{D}{4} = 36 - 1 \times (6 + 3m) = 0$

$36 - 6 - 3m = 0$

$3m = 30$

$\therefore\ m = 10$

6. 이차방정식 $3(x+2)^2 = 27$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = -5$

해설

$(x+2)^2 = 9$

$x+2 = \pm 3$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = -5$

7. 이차방정식 $(x-2)(x-4)=3$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(x-2)(x-4)=3$, $x^2-6x=-5$,
$(x-3)^2=4$, $p=-3$, $q=4$,
$\therefore\ p+q=-3+4=1$

8. 이차방정식 $2x^2-4x-3=0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2-4a$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 대입하면 $2a^2-4a-3=0$

$\therefore\ 2a^2-4a=3$

9. 다음 중 항상 $ab = 0$ 이 되지 <u>않는</u> 것은?

① $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$
② $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$
③ $a \neq 0$ 이고 $b = 0$
④ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$
⑤ $a = 0$ 이고 $b = 0$

해설

$ab = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$
즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 이다.
②에서 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 a, b 모두 0 이 아니므로 $ab \neq 0$ 이다.

10. 이차방정식 $2x^2+4ax-3a-4=0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{7}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x=-1$ 을 대입하면

$2\times(-1)^2+4a\times(-1)-3a-4=0$

$2-4a-3a-4=0, a=-\frac{2}{7}$

$2x^2-\frac{8}{7}x+\frac{6}{7}-4=0, 7x^2-4x-11=0$

$(7x-11)(x+1)=0$

$x=\frac{11}{7}$ 또는 $x=-1$

11. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$x^2 - 2x - 8 = 0$, $x^2 + x - 20 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$
$\therefore\ x = 4,\ -2$
$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$
$\therefore\ x = 4, -5$
따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

12. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, $\square$ 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$ 이므로

$(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

13. 다음 이차방정식 중 해가 <u>없는</u> 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$　② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$　④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

14. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

① $b^2-4ac=0$ ② $c=a^2$ ③ $x=\dfrac{b}{2a}$

④ $b^2-4ac<0$ ⑤ $ac>0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D=b^2-4ac=0$ 이다.

15. 이차방정식 $a^2x^2 + 2(2-a)x + 1 = 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 0 ② 2 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -1

해설

$D = 4(2-a)^2 - 4a^2 < 0$

$\therefore a > 1$

16. 이차방정식 $3x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -13 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 13

해설

근과 계수와의 관계에서

두 근의 합 $-\frac{p}{3} = \frac{7}{3}$, $p = -7$

두 근의 곱 $\frac{q}{3} = -2$, $q = -6$

$\therefore p + q = -13$

17. 이차방정식 $x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha+\beta=4$　② $\alpha\beta=1$　③ $\alpha^2+\beta^2=18$

④ $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=4$　⑤ $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=14$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=1$

③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4^2-2=14$

18. 이차방정식 $2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합이 $2x^2 - 5x + a = 0$ 의 근이 될 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

$2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합은 $\frac{1}{2}$ 이다.

이를 $2x^2 - 5x + a = 0$의 x 값에 대입하면

$\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + a = 0,\ a = 2$ 이다.

19. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A, B가 있을 때, $A^2 - B^2$의 값은? (단, $A > B$)

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 x, $x-5$라 하면
$x(x-5) = 104$
$x^2 - 5x - 104 = 0$
$x = 13 (\because x > 5)$
따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$이다.
따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$이다.

20. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초 후

▷ 정답 : 1 초 후

해설

$20t - 5t^2 = 15$ 에서
$5t^2 - 20t + 15 = 0$
$t^2 - 4t + 3 = 0$
$(t-1)(t-3) = 0$
따라서 $t = 1,\ 3$ (초) 이다.
처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

21. 어떤 정사각형에서 각 변의 길이를 2cm 씩 늘인 정사각형의 넓이는 2cm 씩 줄인 정사각형의 넓이의 9 배가 된다고 한다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm 라고 하면
$(x+2)^2 = 9(x-2)^2$
$8x^2 - 40x + 32 = 0$
$x^2 - 5x + 4 = 0$
$(x-1)(x-4) = 0$
$x = 1,\ 4$
$x > 2$ 이므로 $x = 4$(cm) 이다.

22. 이차방정식 $(x-1)^2+a-2=0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$(x-1)^2=-a+2$ 가 해를 가지려면, $-a+2\geq 0$

$\therefore a\leq 2$

23. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는
$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$
$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$
$(-1,\ 10),\ (1,\ -10),\ (-2,\ 5),\ (2,\ -5)$
이므로 두 수의 합은 $-9,\ 9,\ -3,\ 3$ 이다.
$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$
따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

24. 두 방정식 $x^2-0.3x-0.1=0$, $\frac{1}{5}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{10}=0$에 대하 공통근은?

① $-\frac{1}{5}$ ② -3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

해설

i) $x^2-0.3x-0.1=0$

$10x^2-3x-1=0$

$(5x+1)(2x-1)=0$

$\therefore\ x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

ii) $\frac{1}{5}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{10}=0$

$2x^2+5x-3=0$

$(2x-1)(x+3)=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$

따라서 공통근은 $x=\frac{1}{2}$이다.

25. $3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-2\left(x+\frac{1}{3}\right)-1=0$ 의 두 근의 합은?

① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x+\frac{1}{3}=A$로 치환하면

$3A^2-2A-1=(3A+1)(A-1)=0$

$A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$

$x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=0$이다.

26. 이차방정식 $x^2+2(2m-1)x+8=0$의 한 근이 다른 근보다 2만큼 클 때, 이를 만족하는 m의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

두 근을 α, $\alpha+2$라 하면
$\alpha+\alpha+2=-2(2m-1)$
$\alpha+1=-(2m-1)$에 $\alpha=-2m$
$\alpha(\alpha+2)=8$
$\alpha=-2m$를 대입하면
$(-2m)(-2m+2)=8$
$4m^2-4m=8$
$m^2-m-2=0$
$(m-2)(m+1)=0$
$m=2$또는 $m=-1$
따라서 m의 값들의 합은 1이다.

27. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2,\ 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $-2 + 5 = -\dfrac{b}{a}$

두 근의 곱은 $-2 \times 5 = -10 = \dfrac{-10}{a}$

$\therefore\ a = 1,\ b = -3$

$\therefore\ a + b = -2$

28. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$　② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$　④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 −1 이므로 구하는 이차방정식의 두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 −2
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$
양변에 2 를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

29. $a\%$ 소금물 200g 에서 $(a+2)$ g 을 퍼낸 다음 같은 양의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 26.2% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 20 g

해설

처음 소금의 양 : $\frac{a}{100} \times 200 = 2a\,(\mathrm{g})$

퍼낸 소금물 $a+2$ g 의 소금의 양 :

$(a+2) \times \frac{a}{100} = \frac{a^2+2a}{100}\,(\mathrm{g})$

농도 26.2% 의 소금의 양 :

$\frac{26.2}{100} \times 200 = 52.4\,(\mathrm{g})$

$2a - \frac{a^2+2a}{100} + a + 2 = 52.4$

$\frac{a^2+2a}{100} - 3a + 50.4 = 0$

$a^2 - 298a + 5040 = 0$

$(a-280)(a-18) = 0$

$a \le 100$ 이므로 $a = 18\,(\mathrm{g})$

퍼낸 소금물의 양 : $18 + 2 = 20\,(\mathrm{g})$

30. 구청에서 매달 2째, 4째 주 수요일에만 컴퓨터 수업을 한다. 어느 달에 수업한 수요일의 날짜의 곱이 176 일 때, 이 달에 4째 주 수요일의 날짜는?

① 8 일 ② 15 일 ③ 18 일 ④ 22 일 ⑤ 29 일

해설

2째 주 수요일과 4째 주 수요일의 날짜를 각각 $x-14$, x 일이라 하면,

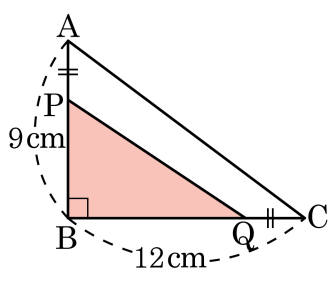
$x(x-14)=176$

$x^2-14x-176=0$

$(x-22)(x+8)=0$

$x>0$ 이므로 22 일이다.

31. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P, $\overline{BC}$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{AP} = \overline{CQ}$이다.



$\triangle PBQ = 27\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{CQ}$의 길이는?

① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\overline{CQ} = x\,\text{cm}$라 하면

$\frac{1}{2}(12-x)(9-x) = 27$

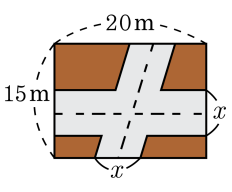
$x^2 - 21x + 108 = 54$

$x^2 - 21x + 54 = 0$

$(x-3)(x-18) = 0$

$x = 3 (\because x < 9)$

32. 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 도로를 만들려고 한다. 화단의 넓이가 126 m^2 이 되도록 할 때, 도로의 폭을 구하면?



① 3 m ② 4 m ③ 5 m

④ 6 m ⑤ 7 m

해설

$(20-x)(15-x)=126$
$x^2-35x+174=0$
$(x-6)(x-29)=0$
$x=29$ 또는 $x=6$
$\therefore\ x=6\ (\because\ x<15)$

33. 이차방정식 $(x-1)(x-b)=-1$이 0이 아닌 중근 a를 가진다. 이때, b의 값은? (단, a, b는 정수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b)=-1$이 중근 a를 가지므로
x에 a를 대입하면
$(a-1)(a-b)=-1$
i) $a-1=-1$, $a-b=1$인 경우
$a=0$, $b=-1$, $a\neq 0$이므로 부적합
ii) $a-1=1$, $a-b=-1$인 경우
$a=2$, $b=3$
$\therefore\ b=3$