

1. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

① $y = -(x + 1)^2 + 2$

② $y = 2(x + 1)^2 + 2$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 2$

④ $y = 2(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = -2(x + 1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y = a(x + 1)^2 + 2$
(0, 4) 를 대입하면 $4 = a + 2$, $a = 2$
따라서 그래프의 식은 $y = 2(x + 1)^2 + 2$ 이다.

2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 12)$, $(-2, -2b)$, $(1, 1 - 4a)$ 를 지날 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면 $c = 12$

$$-2b = 4a - 2b + c \cdots \textcircled{1}$$

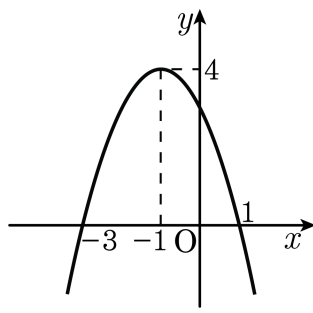
$$1 - 4a = a + b + c \cdots \textcircled{2}$$

$c = 12$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $a = -3$

$a = -3$, $c = 12$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $b = 4$

$$\therefore a - b + c = -3 - 4 + 12 = 5$$

3. 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(-1, 4)$ 를 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표를 구하면?



- ① $(0, -2)$ ② $(0, -1)$ ③ $(0, 3)$
 ④ $(0, 4)$ ⑤ $(-1, 4)$

해설

위의 그래프는 $y = a(x + 3)(x - 1)$ 이고, $(-1, 4)$ 를 지나므로
 $4 = a(-1 + 3)(-1 - 1)$
 $a = -1$ 이다.
 $y = -(x + 3)(x - 1) = -(x^2 + 2x - 3) = -x^2 - 2x + 3$
 $\therefore (0, 3)$

4. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + ax$ 의 최댓값이 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 9$ 의 최솟값과 같을 때, a 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}ax^2 + ax = \frac{1}{2}a(x+1)^2 - \frac{1}{2}a$$

따라서, $x = -1$ 일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}a$ 를 갖는다.

$$ii) y = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$$

따라서, $x = -2$ 일 때, 최솟값 1 을 갖는다.

$i)$ 의 최댓값과 $ii)$ 의 최솟값이 같으므로

$$-\frac{1}{2}a = 1 \text{ 에서 } a = -2$$

5. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.

㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.

㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

- ① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

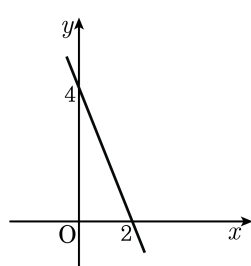
⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

6. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 4 ② -4 ③ 8
 ④ -8 ⑤ 0



해설

기울기 $a = -2$, y 절편 $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.

7. 이차함수 $y = x^2 - px + p^2 - 2p + 5$ 의 최솟값을 k 이라 할 때, k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - px + p^2 - 2p + 5 \\ &= \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + p^2 - 2p + 5 \\ &= \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}p^2 - 2p + 5 \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} k &= \frac{3}{4}p^2 - 2p + 5 \\ &= \frac{3}{4}\left(p - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{3}{4} \times \frac{16}{9} + 5 \\ &= \frac{3}{4}\left(p - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{11}{3} \end{aligned}$$

따라서 $p = \frac{4}{3}$ 일 때, 최솟값 $\frac{11}{3}$ 을 갖는다.