

1. 다음 보기는 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

보기

$$x^2 + 6x = (\text{가})$$

$$x^2 + 6x + (\text{나}) = (\text{가}) + (\text{나})$$

$$(x + (\text{다}))^2 = (\text{라})$$

$$x + (\text{다}) = \pm \sqrt{(\text{라})}$$

$$\therefore x = (\text{마})$$

① (가): -3

② (나): 9

③ (다): 3

④ (라): 6

⑤ (마): $\pm \sqrt{6}$

해설

$$x^2 + 6x = -3$$

좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면

$$x^2 + 6x + 9 = -3 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 6$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$$

따라서 ⑤의 연결이 옳지 않다.

2. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = 4x^2 - 2$

② $y = 4x^2 + 2$

③ $y = 4(x - 2)^2$

④ $y = 4(x + 2)^2$

⑤ $y = 4(x - 2)^2 + 2$

해설

$$y = 4x^2 - 2$$

3. 이차함수 $y = 4(x + 3)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 식은?

① $y = 4(x + 1)^2 + 2$

② $y = 4(x + 5)^2 + 2$

③ $y = \frac{1}{4}(x + 1)^2 + 2$

④ $y = 4(x - 1)^2 + 3$

⑤ $y = -4(x - 2)^2 - 3$

해설

$$y = 4(x + 3 - 2)^2 + 5 - 3 = 4(x + 1)^2 + 2$$

4. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동했더니 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

5. 두 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 공통인 해가 $x = 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통인 해가 $x = 3$ 이므로

$x = 3$ 은 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 근이다.

$x = 3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$9 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -12$$

$$27 - 3b + 6 = 0 \quad \therefore b = 11$$

$$\text{따라서 } a + b = -12 + 11 = -1$$

6. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = -3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

① 3

② 6

③ 15

④ 18

⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x = b$ 를 가지면

$$x^2 - 6x + a = -3 \leftrightarrow (x - b)^2 = 0$$

$$x^2 - 6x + a + 3 = 0 \leftrightarrow x^2 - 2bx + b^2 = 0$$

$$-6 = -2b, a + 3 = b^2$$

$$b = 3, a = 6$$

$$\therefore ab = 18$$

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 8

② 4

③ 0

④ -4

⑤ -8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$ 이다.

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 합은 } -a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$$

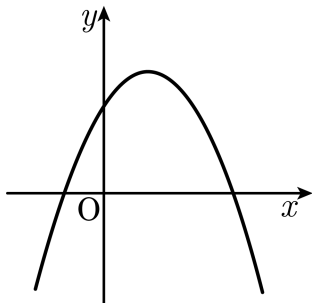
$$\therefore a = -4$$

$$\text{두 근의 곱은 } b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$$

$$\therefore b = -4$$

$$\therefore a - b = (-4) - (-4) = 0$$

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나는 사분면은?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3, 4 사분면

③ 제 1, 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 3 사분면

해설

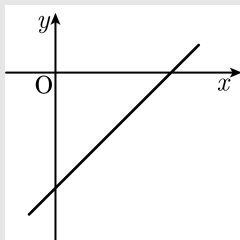
그래프에서 위로 볼록이므로 $a < 0$,

축 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$, y 절편 $c > 0$ 이다.

$$ax + by + c = 0 \leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

기울기 $-\frac{a}{b} > 0$, y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



$\therefore$ 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

9. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 를 지나는 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은?

① 최댓값 7

② 최댓값 5

③ 최솟값 7

④ 최솟값 5

⑤ 최댓값 -7

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 을 지나므로

$$3 = 4a + q, \quad 6 = a + q$$

$$\therefore a = -1, \quad q = 7$$

$$y = -(x - 2)^2 + 7$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 7 을 가지며 최솟값은 없다.

10. 이차함수 $y = -2x^2 + 2ax$ 의 최댓값이 8일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2x^2 + 2ax$$

$$= -2 \left(x - \frac{a}{2} \right)^2 + \frac{a^2}{2}$$

최댓값이 8 이므로 $\frac{a^2}{2} = 8$ 이다.

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

11. 축의 방정식이 $x = -2$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -1 일 때, 이 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하면 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{3}{4}$

③ $\frac{5}{4}$

④ $\frac{7}{4}$

⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$$y = a(x + 2)^2 - 1 = a(x^2 + 4x + 4) - 1$$

$$4a - 1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) - 1 \\ &= \frac{1}{4}x^2 + x \end{aligned}$$

$$a = \frac{1}{4}, b = 1, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = \frac{5}{4}$$

12. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

① $\frac{10}{3}$

② $-\frac{8}{3}$

③ -1

④ 3

⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x-1)(2x+3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

13. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

14. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$

② $\frac{13}{10}$

③ $\frac{17}{10}$

④ $\frac{23}{10}$

⑤ $\frac{29}{10}$

해설

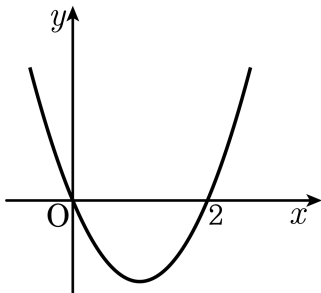
등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 에서 } c = 0$$

$$\text{또한, } y = ax \left(x + \frac{b}{a} \right) \text{ 에서}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 > 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} < 0$$

$$\text{그러므로 } ax + by + c = 0 \text{ 에서}$$

$$y = -\frac{a}{b}x$$

$$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

16. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16

② 20

③ 26

④ 30

⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15 \text{ 이므로}$$

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$$\therefore (\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$$

17. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

18. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$$\text{정가} : 2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \ (a > 0)$$

19. 동서 방향으로 길이가 500 m, 남북방향으로 길이가 200 m 인 직사각형 모양의 땅에 동서 방향으로 x 개, 남북방향으로 $2x$ 개의 길을 내려고 한다. 도로의 넓이가 전체 땅의 넓이의 8.8% 가 되도록 할 때, x 의 값으로 알맞은 것은? (단 도로의 폭은 1 m 로 일정하다.)

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

동서방향으로 난 도로의 넓이는 $500 \times x = 500x(\text{m}^2)$,
 남북방향으로 난 도로의 넓이는 $200 \times 2x = 400x(\text{m}^2)$ 이고,
 동서 방향과 남북 방향으로 난 도로가 겹치는 부분의 넓이는
 $x \times 2x = 2x^2$ 이므로

$$\text{도로의 넓이는 } 500x + 400x - 2x^2 = 500 \times 200 \times \frac{8.8}{100}, 900x - 2x^2 = 8800,$$

$$x^2 - 450x + 4400 = 0, (x - 440)(x - 10) = 0$$

$$\therefore x = 10 (\because 0 < x < 200)$$

20. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 1)$

② $(3, 5)$

③ $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$

④ $(2, 5)$

⑤ $\left(-1, \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$ 를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 =$

$$\frac{1}{2}(-1+2)^2 + b, \therefore b = \frac{5}{2}$$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$ 이다.