

1. 이차방정식 $x^2 - 5 = 0$ 의 해는?

① $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

② $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

③ $x = \pm \sqrt{5}$

④ $x = \pm \frac{5}{2}$

⑤ $x = \pm 5$

해설

$$x^2 - 5 = 0, x^2 = 5$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}$$

2. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$2x^2 - 2 = 0, 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$

따라서 다른 한 근은 1이다.

3. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

4. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

- ① $\frac{196}{3}$ ② $\frac{197}{3}$ ③ 66 ④ $\frac{199}{3}$ ⑤ $\frac{200}{3}$

해설

x 대신에 a 를 대입하면 $3a^2 - 6a - 7 = 0$, $a^2 - 2a = \frac{7}{3}$

x 대신에 b 를 대입하면 $b^2 + 7b - 21 = 0$, $3b^2 + 21b = 63$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-5)(x-3) = 0$$

$$\therefore a=5, b=3, a+2=7, b+2=5$$

$$(x-7)(x-5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

6. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$

④ $10(x - 1) = x^2 + 11$

⑤ $(x - 3)^2 = 4$

해설

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$ 에서 $2(x^2 + 2x + 1) = 0, 2(x + 1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$ 에서 $(x + 5)^2 = 0$

$\therefore x = -5$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 에서 $(3x - 1)(x - 2) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $10(x - 1) = x^2 + 11$ 에서 $x^2 - 10x + 21 = 0, (x - 3)(x - 7) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = 7$

⑤ $(x - 3)^2 = 4$ 에서 $x^2 - 6x + 5 = 0, (x - 1)(x - 5) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

7. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$$2x^2 + 3x - 1 = 0 \text{ 의 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$
$$-\frac{1}{2} \text{ 을 우변으로 이항하면 } x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}$$
$$\text{양변에 } A \text{ 를 더하면 } x^2 + \frac{3}{2}x + A = \frac{1}{2} + A$$
$$\text{좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = B$$

- ① $\frac{5}{4}$
- ② $\frac{9}{8}$
- ③ $\frac{23}{16}$
- ④ $\frac{13}{8}$
- ⑤ $\frac{53}{16}$

해설

좌변을 완전제곱식으로 만들기 위해 A 를 더한다.

$$A = \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}, B = \frac{9}{16} + \frac{1}{2} = \frac{17}{16}$$

따라서 $A + B = \frac{9}{16} + \frac{17}{16} = \frac{13}{8}$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12 ② 0 ③ -3 ④ -5 ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

9. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

10. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} \ a=2, b=1$	$\textcircled{\text{㉡}} \ a=3, b=1$
$\textcircled{\text{㉢}} \ a=1, b=-1$	$\textcircled{\text{㉣}} \ a=2, b=-1$

- ① $\textcircled{\text{㉠}}$
- ② $\textcircled{\text{㉡}}$
- ③ $\textcircled{\text{㉣}}$
- ④ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉣}}$
- ⑤ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$

해설

$a-2=0$ 또는 $b+1=0$
 $a=2$ 또는 $b=-1$
따라서 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 이다.

11. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

12. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x - 3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$x - \frac{3}{x} = 6$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2 - 6x - 3 = 0$
 $x = p, x = q$ 를 각각 대입하면
 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 에서 $p^2 - 6p = 3$
 $q^2 - 6q - 3 = 0$ 에서 $q^2 - 6q = 3$
 $\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$

14. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{A}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } \alpha = -1 \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } \alpha = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면}$$

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

15. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{6}$
- ④ $\frac{1}{9}$
- ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b$ 이다.

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.