

1. 이차방정식 $x^2 - 5 = 0$ 의 해는?

① $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

② $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

③ $x = \pm \sqrt{5}$

④ $x = \pm \frac{5}{2}$

⑤ $x = \pm 5$

해설

$$x^2 - 5 = 0, x^2 = 5$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}$$

2. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$$2x^2 - 2 = 0, \quad 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

3. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

4. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

① $\frac{196}{3}$

② $\frac{197}{3}$

③ 66

④ $\frac{199}{3}$

⑤ $\frac{200}{3}$

해설

$$x \text{ 대신에 } a \text{ 를 대입하면 } 3a^2 - 6a - 7 = 0, a^2 - 2a = \frac{7}{3}$$

$$x \text{ 대신에 } b \text{ 를 대입하면 } b^2 + 7b - 21 = 0, 3b^2 + 21b = 63$$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore a = 5, b = 3, a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

6. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$

④ $10(x-1) = x^2 + 11$

⑤ $(x-3)^2 = 4$

해설

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$ 에서 $2(x^2 + 2x + 1) = 0, 2(x+1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$ 에서 $(x+5)^2 = 0$

$\therefore x = -5$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 에서 $(3x-1)(x-2) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $10(x-1) = x^2 + 11$ 에서 $x^2 - 10x + 21 = 0, (x-3)(x-7) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = 7$

⑤ $(x-3)^2 = 4$ 에서 $x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

7. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$$2x^2 + 3x - 1 = 0 \text{ 의 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$

$$-\frac{1}{2} \text{ 을 우변으로 이항하면 } x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}$$

$$\text{양변에 } A \text{ 를 더하면 } x^2 + \frac{3}{2}x + A = \frac{1}{2} + A$$

$$\text{좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = B$$

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{9}{8}$

③ $\frac{23}{16}$

④ $\frac{13}{8}$

⑤ $\frac{53}{16}$

해설

좌변을 완전제곱식으로 만들기 위해 A 를 더한다.

$$A = \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}, B = \frac{9}{16} + \frac{1}{2} = \frac{17}{16}$$

$$\text{따라서 } A + B = \frac{9}{16} + \frac{17}{16} = \frac{13}{8} \text{ 이다.}$$

8. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12

② 0

③ -3

④ -5

⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

9. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100

② 120

③ 240

④ -120

⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

10. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

㉠ $a=2, b=1$

㉡ $a=3, b=1$

㉢ $a=1, b=-1$

㉣ $a=2, b=-1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$$a-2=0 \text{ 또는 } b+1=0$$

$$a=2 \text{ 또는 } b=-1$$

따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

11. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

12. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

① 21

② -21

③ 27

④ -27

⑤ -9

해설

$$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$$

$$\frac{1}{3}(x-3)^2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 9, n = -3$$

$$\therefore mn = -27$$

13. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{ 에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{ 에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

14. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

15. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.