

1. 이차함수 $y = 3(x + 2)^2 - 5$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 (a, b) ,
축을 $x = c$ 라 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = 3(x + 2)^2 - 5$$

꼭짓점 $(-2, -5)$, 축이 $x = -2$ 이므로

$$a = -2, b = -5, c = -2$$

$$\therefore a + b - c = -2 - 5 + 2 = -5$$

2. $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하면 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(4, 1)$ 이 된다. 그때의 이차함수의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 3(x - 4)^2 + 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(4, 1)$ 이므로 $p = 4$, $q = 1$ 이 된다.
따라서 이차함수는 $y = 3(x - 4)^2 + 1$ 이 된다.

3. 이차함수 $y = a(x+b)^2 - 3$ 의 그래프는 직선 $x = -3$ 을 축으로 하고, 점 $(-4, 2)$ 를 지난다. 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x = -3$ 을 축으로 하므로 $b = 3$ 이고 $y = a(x+3)^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(-4, 2)$ 를 지나므로 $2 = a(-1)^2 - 3$, $2 = a - 3$, $a = 5$ 이다.

$\therefore a + b = 5 + 3 = 8$

4. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 (4, 0)이고 위로 볼록한 그래프이므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

5. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

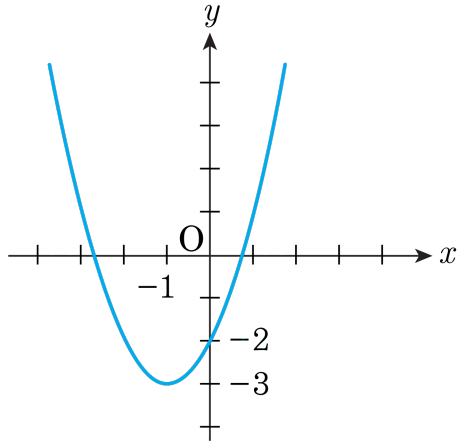
④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x+2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

6. 이차함수 $y = (x + 1)^2 - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.



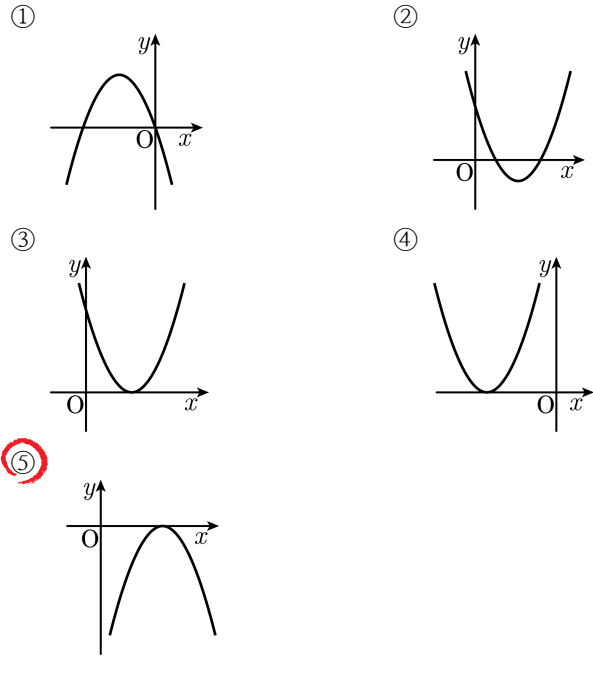
▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이고 아래로 볼록한 그래프이므로 $x > -1$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 $\therefore x > -1$

7. $a < 0, p > 0$ 일 때, 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

이차함수의 그래프 $y = a(x - p)^2$ 에서 $a < 0$ 이므로 위로 볼록이다.

또한, 꼭짓점이 $(p, 0)$ 이고, $p > 0$ 이므로 꼭짓점은 x 축 위에 있으면 원점을 기준으로 오른쪽에 위치한다.

따라서 답은 ⑤번이다.

8. 다음 보기의 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있는 그래프를 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = (x - 3)^2$

㉡ $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 2$

㉢ $y = -3x^2 + 1$

㉣ $y = x^2 + 2x + 3$

㉤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

꼭짓점을 각각 구하면

㉠ (3, 0)

㉡ (-1, 2)

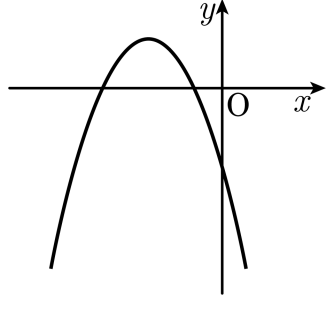
㉢ (0, 1)

㉣ $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 이므로 (-1, 2)

㉤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 1$ 이므로 (-2, 1)

따라서 제 2 사분면에 있는 그래프는 ㉡, ㉣, ㉤이다.

9. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 부호가 다른 하나는?



- ① a
- ② p
- ③ q
- ④ $ap^2 + q$
- ⑤ aq

해설

- 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고,
꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.
- ① 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
 - ② 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0$
 - ③ 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $q > 0$
 - ④ y 절편이 음수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $aq^2 + q < 0$
 - ⑤ $aq < 0$

10. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 5$ 을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

① -11 ② -12 ③ -13 ④ -14 ⑤ -15

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 5 = 2(x^2 - 6x) + 5 \\ &= 2(x - 3)^2 - 18 + 5 \\ &= 2(x - 3)^2 - 13 \end{aligned}$$

$$a = 2, p = -3, q = -13$$

$$\therefore a + p + q = 2 + (-3) + (-13) = -14$$

11. $y = x^2 + 4x - 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳤을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x - 7 \\ &= (x^2 + 4x + 4 - 4) - 7 \\ &= (x + 2)^2 - 11 \\ \therefore a &= 1, p = -2, q = -11 \\ \therefore a + p + q &= 1 - 2 - 11 = -12 \end{aligned}$$

12. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 틀린 곳을 찾아라.

$y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$

$= -\frac{1}{4}(x^2 - 8x) - 2$

$= -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16 - 2)$

$= -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16) - \frac{18}{4}$

$= -\frac{1}{4}(x - 4)^2 - \frac{18}{4}$

㉠

㉡

㉢

㉣

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

$$y \ y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$$
$$= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x) - 2$$

이 되어야 하므로 ㉠이 답이다.

13. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\ &= 2(x + 3)^2 + 3 \end{aligned}$$

$$-4 - p = 3$$

$$\therefore p = -7$$

$$-6 + q = 3$$

$$\therefore q = 9$$

$$p + q = (-7) + 9 = 2$$

14. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -7 만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(-1, -5)$

해설

$$y = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 4 = 2(x - 1)^2 + 2$$

x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -7 만큼 평행이동한

그래프는 $y = 2(x + 1)^2 - 5$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -5)$ 이다.

15. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p + q$ 의 값은?

① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$p = 2, q = 3 \Rightarrow p + q = 5$$

16. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프는 점 $(-1, 1)$ 을 지나고 꼭짓점이 직선 $y = x + 2$ 위에 있을 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2, b = 2$

▷ 정답 : $a = 4, b = 4$

해설

$1 = 1 - a + b$
 $\therefore a = b \cdots \textcircled{A}$
 $y = x^2 + ax + b$ 는 $y = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$
따라서 $-\frac{a}{2} + 2 = -\frac{a^2}{4} + b \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면
 $a^2 - 6a + 8 = 0$
 $(a - 2)(a - 4) = 0$
그러므로 $a = 2, b = 2$ 또는 $a = 4, b = 4$ 이다.

21. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

22. $y = (k + 1)(k - 2)x^2 - 5x + 3$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ㉠ 1 ㉡ 2 ㉢ 3 ㉣ -1 ㉤ -2
- ㉥ -3

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $(k + 1)(k - 2) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1, k \neq 2$ 이다.

23. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1) , y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

24. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
 - ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ④ 아래로 볼록하다.
 - ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

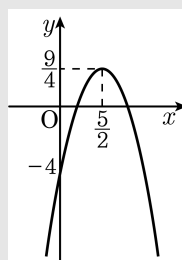
- 주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$
 - ② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
 - ④ 위로 볼록한 그래프
 - ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

25. 이차함수 $y = -x^2 + 5x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 제 2, 4 사분면

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 5x - 4 \\ &= -\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) - 4 \\ &= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - 4 \\ &= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$



26. 이차함수 $y = 3x^2 - 9x + 10$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

③ y 축과 (0, 3) 에서 만난다.

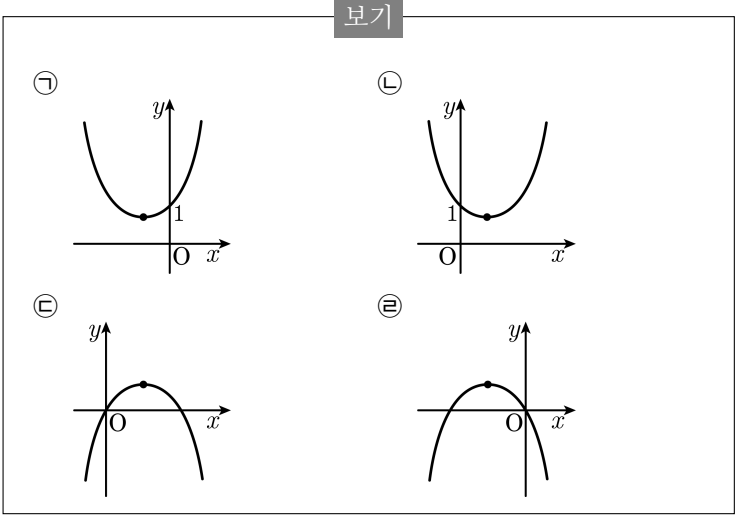
④ $x > \frac{3}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{13}{4}$ 만큼 평행 이동한 것이다.

해설

③ y 축과 (0, 10) 에서 만난다.

27. 다음 이차함수의 그래프를 보기에서 골라 순서대로 써라.



(1) $y = x^2 - x + 1$

(2) $y = -2x^2 + 2x$

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

(1) $y = x^2 - x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉢이다.

(2) $y = -2x^2 + 2x$ 를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉣이다.

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉠이다.

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉡이다.

28. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

29. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③,⑤이다.

30. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

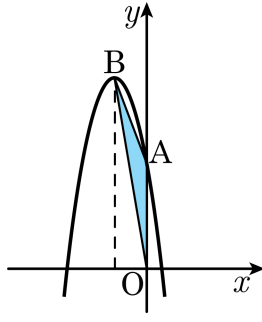
② $y = 3x^2$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

31. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



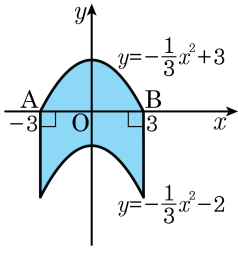
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -(x + 3)^2 + 17$ 이므로 B(-3, 17)

A(0, 8)이므로 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$

32. 다음 그림은 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



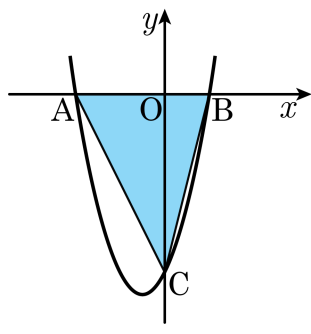
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

색칠한 부분 중 $y > 0$ 인 부분을 잘라 아래에 붙이면 직사각형 모양이 된다. 가로 길이는 6 이고, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 에 $x = 3$ 를 대입하면 $y = -5$ 이므로 높이는 5 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $6 \times 5 = 30$ 이다.

33. 다음 그림의 포물선은 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, B 라 하고, y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 16 ② 24 ③ 30 ④ 32 ⑤ 48

해설

C(0, -8)

$y = 0$ 을 대입하면

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

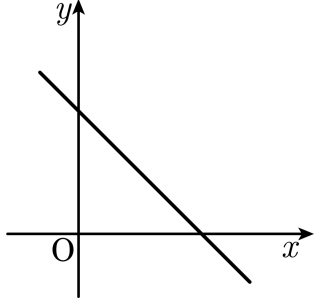
$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

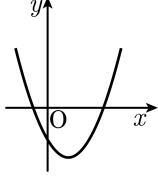
A(-4, 0), B(2, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

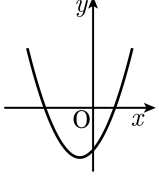
34. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



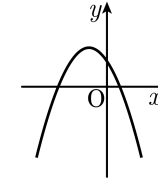
①



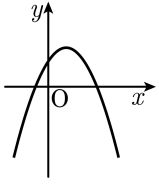
②



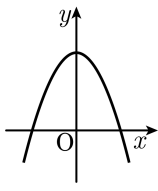
③



④



⑤



해설

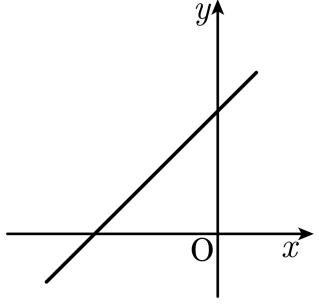
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼쪽에 있다.

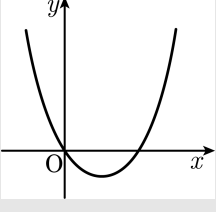
35. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



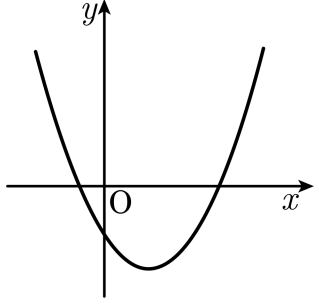
- ① x 축 위
- ② y 축 위
- ③ 제 1 사분면
- ④ 제 2 사분면
- ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



36. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



- ① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$