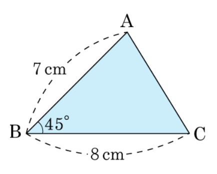
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$의 넓이는?

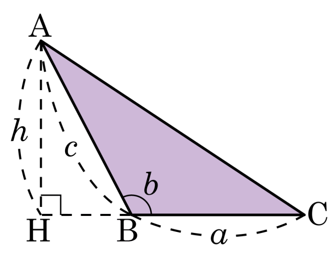


① $7\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　② $14\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　③ $21\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$
④ $28\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $56\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\frac{1}{2}\times 7\times 8\times \sin 45^\circ = 28\times \frac{\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

2. 다음은 둔각삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기가 주어질 때, 그 삼각형의 넓이를 구하는 과정이다. $\square$ 안에 공통적으로 들어갈 것은?



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABH = 180° - \angle B$

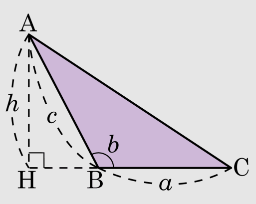
$\sin(180° - \angle B) = \dfrac{h}{\square}$ 이므로

$h = \square \times \sin(180° - \angle B)$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}a\square\sin(180° - \angle B)$

① $\overline{AC}$ ② $\overline{HB}$ ③ a ④ c ⑤ h

해설



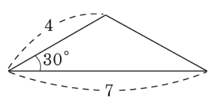
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABH = 180° - \angle B$

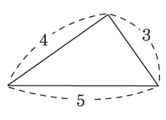
$\sin(180° - \angle B) = \dfrac{h}{c}$ 이므로

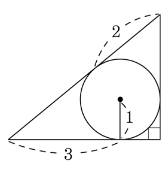
$h = c \times \sin(180° - \angle B)$

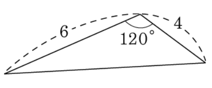
따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}ac\sin(180° - \angle B)$ 이다.

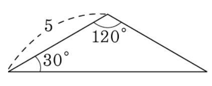
3. 다음 삼각형 중에서 넓이가 두 번째로 큰 것을 골라라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$ 로 계산한다.)

①


②


③


④


⑤


해설

① $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \frac{1}{2} = 7$

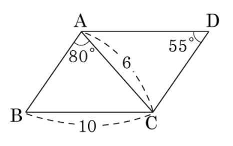
② $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

③ $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

④ $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = 10.392$

⑤ $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} = 10.825$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형의 넓이를 구하면?



① 30 ② $30\sqrt{2}$ ③ $30\sqrt{3}$ ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ $32\sqrt{3}$

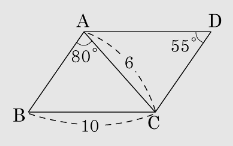
해설

(평행사변형 ABCD 의 넓이)

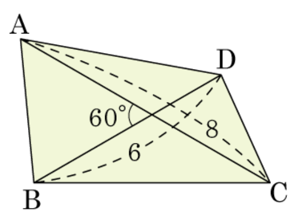
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \sin 45° \times 2$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2$

$= 30\sqrt{2}$



5. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이를 구하면?

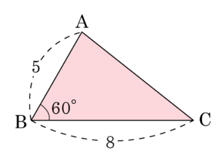


① $12\sqrt{3}$ ② $11\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60°$$
$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

6. 다음 삼각형의 넓이를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수, b는 최소의 자연수)



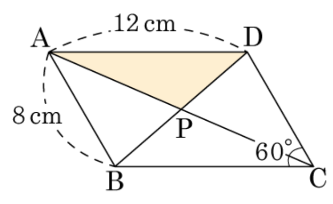
① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

해설

$\frac{1}{2} \times 8 \times 5 \times \sin 60° = 10\sqrt{3}$

따라서 $a = 10,\ b = 3$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 와 AC 의 교점을 P 라 한다. $\angle BCD = 60°$, $\overline{AD} = 12cm$, $\overline{AB} = 8cm$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.

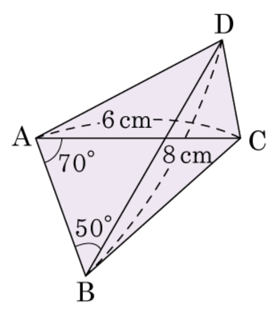


① $12\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{3}$ ④ $18\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle APD &= \frac{1}{2}\triangle ABD \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 8\times 12\times \sin 60° \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 8\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 12\sqrt{3}\,(cm^2)\end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $\overline{AC} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{BD} = 8\,\mathrm{cm}$ 인 사각형 ABCD 의 넓이는?

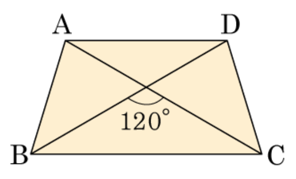


① $10\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　② $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　③ $15\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $20\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= 12\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

9. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 두 대각선이 이루는 각이 $120°$이고 넓이가 $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① $4\,\text{cm}$ ② $4\sqrt{2}\,\text{cm}$ ③ $4\sqrt{3}\,\text{cm}$
④ $4\sqrt{6}\,\text{cm}$ ⑤ $8\,\text{cm}$

해설

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같고, 등변사다리꼴의 넓이는 $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$이므로

$\overline{AC} = \overline{BD} = x\,\text{cm}$라 하면

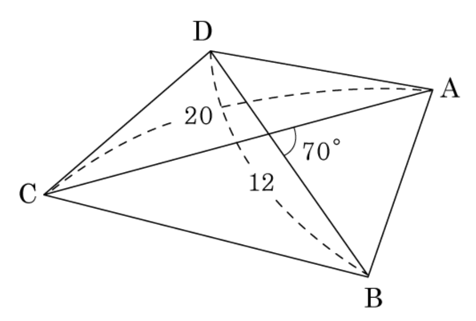
$\frac{1}{2}x^2 \times \sin 60° = 8\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 8\sqrt{3}$

$x^2 = 32$

$\therefore x = 4\sqrt{2}\ (\because x > 0)$

10. 다음과 같은 사각형 ABCD 의 넓이를 반올림하여 일의 자리까지 구하면? (단, $\sin 70° = 0.94$)



① 113 ② 114 ③ 115 ④ 117 ⑤ 119

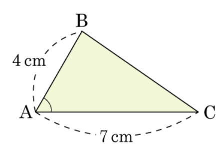
해설

(넓이) $= \frac{1}{2} \times 12 \times 20 \times \sin 70°$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 20 \times 0.94$

$= 112.8 \fallingdotseq 113$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABC 의 넓이가 $7\sqrt{3}\text{cm}^2$ 일 때, ∠A 의 크기는?
(단, $0° < ∠A \le 90°$)



① 30° ② 45° ③ 50° ④ 60° ⑤ 65°

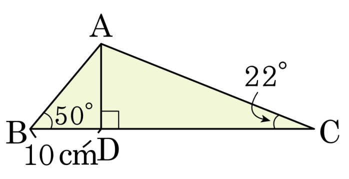
해설

$\frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \sin A = 7\sqrt{3}$

$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 $\angle A = 60°$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 의 넓이는?



x	sin	cos	tan
22°	0.37	0.93	0.40
50°	0.77	0.64	1.20

① 150 cm² ② 160 cm² ③ 180 cm²
④ 240 cm² ⑤ 360 cm²

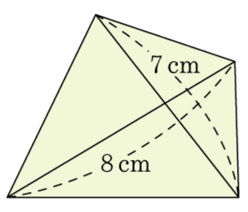
해설

$\triangle$ABD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} \tan B = 10 \tan 50° = 10 \times 1.20 = 12(\mathrm{cm})$

$\triangle$ACD 에서 $\overline{\mathrm{CD}} = \dfrac{\overline{\mathrm{AD}}}{\tan 22°} = \dfrac{12}{0.40} = 30(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times (10+30) \times 12 = 240(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 $7\,\mathrm{cm}$, $8\,\mathrm{cm}$ 인 사각형의 넓이의 최댓값은?



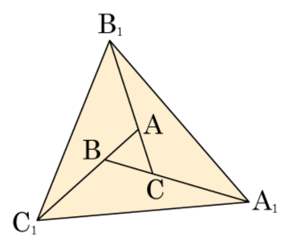
① $14\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $28\,\mathrm{cm}^2$
③ $14\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $28\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $56\,\mathrm{cm}^2$

해설

$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin\theta = 28\sin\theta$

이때 $\theta = 90^\circ$일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90^\circ$일 때이다.
따라서 S 의 최댓값은 $28\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 주어진 $\triangle ABC$ 에 대하여 변 BC 의 연장선 위에 $2\overline{BC} = \overline{CA_1}$ 이 되도록 점 A_1 를 찍고 같은 방법으로 점 B_1, C_1 를 찍어 $\triangle A_1B_1C_1$ 을 만들었다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 4 일 때, $\triangle A_1B_1C_1$ 의 넓이는?



① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

해설

$\triangle BC_1A_1$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC_1} \times \overline{BA_1} \times \sin \angle C_1BA_1$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(2\overline{AB}\right) \times \left(3\overline{BC}\right) \times \sin\left(180° - \angle C_1BA_1\right)$$

$$= 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin \angle ABC\right)$$

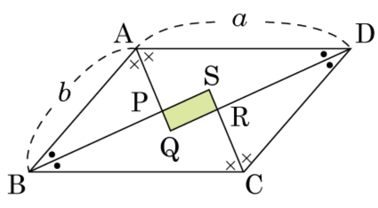
$= 6 \times (\triangle ABC$의 넓이$)$

마찬가지로 계산하면

$\triangle AB_1C_1 = \triangle CB_1A_1 = 6\triangle ABC$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle A_1B_1C_1 &= 18\triangle ABC + \triangle ABC \\ &= 19\triangle ABC \\ &= 76 \end{aligned}$$

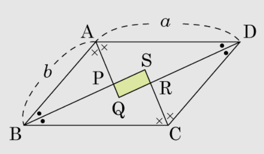
15. $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b(a > b)$ 인 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 비는 $2 : 1$ 이다. 다음 그림과 같이 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}(a-b)^2$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a+b)^2$

④ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(b-a)^2$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{4}(a-b)^2$

해설



$\angle A = \angle C = 120°$, $\angle B = \angle D = 60°$ 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

$$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP}$$
$$= a \cdot \cos 30° - b \cdot \cos 30°$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)$$

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$$
$$= a \times \cos 60° - b \times \cos 60°$$
$$= \frac{1}{2}(a-b)$$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ 이다.