

1. 다음은 이차함수 $y = (x + 3)^2 - 1$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -1)$ 이다.
- ② 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.
- ③ x 축과의 교점은 $(-4, 0), (-2, 0)$ 이다.
- ④ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

- ④ $x > -3$ 일 때는 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

2. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$y = 5(x + 1)^2$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 을 지나므로
 $a = 5(1 + 1)^2$, $a = 20$ 이다.

3. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프가 되었다. p, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = -8$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x + 5 = 2(x + 1)^2 + 3 \\ x, y \text{ 축의 방향으로 각각 } p, q \text{ 만큼 평행이동하면} \\ y &= 2(x + 1 - p)^2 + 3 + q \\ y &= 2x^2 - 12x + 13 = 2(x - 3)^2 - 5 \\ \therefore 1 - p &= -3, \quad p = 4 \\ 3 + q &= -5, \quad q = -8 \end{aligned}$$

4. 축의 방정식이 $x = 2$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ 인 포물선을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{1}{3}(x - 2)^2$

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이고, x 축에 접하므로

$$y = a(x - 2)^2$$

점 $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ 를 지나므로

$$\frac{4}{3} = a(0 - 2)^2, \quad a = \frac{1}{3}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}(x - 2)^2$$

5. 이차함수 $y = -4x^2 + 2ax - a + 5$ 의 꼭짓점이 a 의 값에 관계없이 일정할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

꼭짓점이 a 의 값에 관계없으므로 a 의 값에 관계없이 항상 지나
는 점이 꼭짓점이다.

$$\begin{aligned} y &= -4x^2 + 2ax - a + 5 \\ &= -4x^2 + a(2x - 1) + 5 \end{aligned}$$

$$2x - 1 = 0, x = \frac{1}{2}$$

$$y = -4 \times \frac{1}{2^2} + 0 + 5 = 4$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= -4x^2 + 2ax - a + 5 \\ &= -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4 \\ &= -4x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2$$

6. 이차함수 $y = a(x+1)^2 + 3$ 의 그래프는 직선 $x = b$ 를 축으로 하고, 원점을 지난다. 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x+1)^2 + 3$ 의 축의 방정식은 $x = -1$

$\therefore b = -1$

원점을 지난다고 했으므로 $0 = a(0+1)^2 + 3$

$\therefore a = -3$

$\therefore ab = (-3) \times (-1) = 3$

7. 이차함수 $y = (x+a)(2x+1)$ 의 그래프가 한 점 $(-1, -1)$ 을 지날 때, 이 함수의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(-\frac{5}{4}, -\frac{9}{8}\right)$

해설

$y = (x+a)(2x+1)$ 의 그래프가 점 $(-1, -1)$ 을 지나므로
 $-1 = (-1+a)(-2+1), a = 2$

$$\begin{aligned}\therefore y &= (x+2)(2x+1) \\ &= 2x^2 + 5x + 2 \\ &= 2\left(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} - \frac{25}{16}\right) + 2 \\ &= 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{8} + 2 \\ &= 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}\end{aligned}$$

8. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6x + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\ &= 3(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore a &= 3, p = 1, q = 4 \\ \therefore a + p + q &= 3 + 1 + 4 = 8 \end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 6x + 10$ 을 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 + 30 + q$ 로 나타낼 때, $q-p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -38

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 + 6x + 10 = \frac{1}{3}(x^2 + 18x) + 10 = \frac{1}{3}(x^2 + 18x + 81 - 81) + 10 = \frac{1}{3}(x+9)^2 - 17$ 따라서 $p = -9$, $q = -47$ 이므로 $q-p = -47 - (-9) = -38$ 이다.

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + kx + 4$ 의 그래프가 $(4, -2)$ 를 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위를 구하면 $x < \frac{1}{a}$ 이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(4, -2)$ 를 대입하면 $k = \frac{1}{2}$ 이다.

$k = \frac{1}{2}$ 을 대입하면 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 4 = -\frac{1}{2}(x^2 - x) + 4 = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4 + \frac{1}{8}$ 이므로 축의 방정식은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $x < \frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하므로 $a = 2$ 이다.

11. 이차함수 $y = -x^2 + kx + 2$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

점 $(1, 5)$ 를 대입하여 k 의 값을 구하면 $k = 4$ 이다.

$k = 4$ 를 대입하면 $y = -x^2 + 4x + 2 = -(x^2 - 4x) + 2 = -(x - 2)^2 + 6$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 값은 감소한다.

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

13. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 두 점 $(k, 0)$, $(-3, 0)$ 에서 x 축과 만날 때, k 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과

만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 $k = 1$ 이다.

14. 다음 보기의 이차함수 중 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

㉡ $y = -3x^2 + 6x + 2$

㉢ $y = x^2 - 2x + 3$

㉣ $y = 2x^2 + 4x + 5$

㉤ $y = -x^2 + 4x$

㉥ $y = -x^2 + 2x + 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$, 꼭짓점이 $(0, 2)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉡ $y = -3(x-1)^2 + 5$, 꼭짓점이 $(1, 5)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉢ $y = (x-1)^2 + 2$, 꼭짓점이 $(1, 2)$ 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉣ $y = 2(x+1)^2 + 3$, 꼭짓점이 $(-1, 3)$ 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉤ $y = -(x-2)^2 + 4$, 꼭짓점이 $(2, 4)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉥ $y = -(x-1)^2 + 3$, 꼭짓점이 $(1, 3)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

$\therefore x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은

㉠, ㉡, ㉤, ㉥

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + k - 1$ 이 x 축과 한 점에서 만날 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + k - 1 = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + \frac{7}{2} + k \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $(3, \frac{7}{2} + k)$ 이다.

x 축과 한 점에서 만나므로 $\frac{7}{2} + k = 0$

$$\therefore k = -\frac{7}{2}$$

16. 이차함수 $y = -2x^2 + x - 3a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < \frac{1}{24}$

해설

$y = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가진다.

$$D = 1^2 - 4 \times (-2) \times (-3a) = 1 - 24a > 0$$

$$\therefore a < \frac{1}{24}$$

17. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

18. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

20. 포물선 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지나고, $g(x) = mx^2 + nx + p$ 는 점 $(5, -2)$ 를 지난다. 두 포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $\left(\frac{1}{2}, \frac{61}{16}\right)$
 ② $\left(\frac{1}{2}, \frac{31}{8}\right)$
 ③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{63}{16}\right)$
- ④ $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$
 ⑤ $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $f(x)$ 는 점 $(-1, 4)$ 와 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.

$f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-1, 4), (-5, -2)$ 를 대입하면 $a - b + 4 = 4$ 이므로 $a = b$ 이다.

$$25a - 5b + 4 = -2$$

$$20a = -6$$

$$a = b = -\frac{3}{10}$$

$$f(x) = -\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{10}x + 4 = -\frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{163}{40}$$

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이므로 $g(x)$ 의

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이다.

21. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 2m - 3$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $2x + y - 1 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2x^2 + 8x + 2m - 3$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = 2(x + 2)^2 - 11 + 2m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 2m - 11)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $2x + y - 1 = 0$ 을 지나므로 $-4 + 2m - 11 - 1 = 0$, $2m = 16$, $m = 8$ 이다.