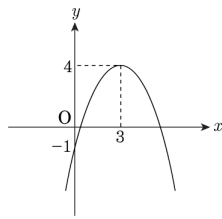


1. 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{20}{3}$

해설

그래프의 꼭짓점은 $(3, 4)$ 이므로 $y = a(x - 3)^2 + 4$ 이고 y 절편이 -1 이므로 $-1 = a(-3)^2 + 4$, $a = -\frac{5}{9}$ 이다.

따라서 $y = -\frac{5}{9}(x - 3)^2 + 4$ 이다.

$a = -\frac{5}{9}$, $p = -3$, $q = 4$ 이므로 $apq = \frac{20}{3}$ 이다.

2. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 꼭짓점의 좌표 : (2, 3)

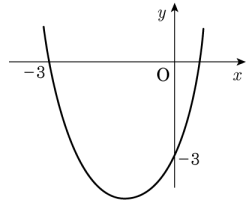
▷ 정답 : 축의 방정식 : $x = 2$

해설

$y = a(x-m)^2 + n$ 의 꼭짓점의 좌표는 (m, n) 이고, 축의 방정식은 $x = m$ 이므로

$y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 꼭짓점의 좌표는 (2, 3) 이고, 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

3. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. 꼭짓점의 좌표를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $(-1, -4)$

해설

$y = x^2 + ax + b$ 가 두 점 $(-3, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로

$$0 = 9 - 3a + b, -3 = b$$

$$a = 2, b = -3$$

$$\therefore y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

4. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + kx + 4$ 의 그래프가 $(4, -2)$ 를 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위를 구하면 $x < \frac{1}{a}$ 이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(4, -2)$ 를 대입하면 $k = \frac{1}{2}$ 이다.

$k = \frac{1}{2}$ 을 대입하면 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 4 = -\frac{1}{2}(x^2 - x) + 4 = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4 + \frac{1}{8}$ 이므로 축의 방정식은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $x < \frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하므로 $a = 2$ 이다.

6. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}mx + 2m - 1$ 의 그래프에서 $x < 1$ 일 때는 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고, $x > 1$ 일 때는 x 의 값이 증가하면 y 의 값이 감소한다. 이 이차함수의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(1, \frac{5}{4})$

해설

이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}mx + 2m - 1$ 을 정리해 주면, $y =$

$$-\frac{1}{4}(x-m)^2 + \frac{m^2}{4} + 2m - 1$$

꼭짓점을 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 있으므로, $m = 1$

$$, \frac{1}{4} + 2 - 1 = \frac{5}{4}$$

따라서, 꼭짓점의 좌표는 $(1, \frac{5}{4})$ 이다.

7. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다고 한다. k 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

x 축과 한 점에서 만나려면
 $y = a(x - p)^2$ 꼴이 되어야 한다.
 $y = 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k$
 $= 2(x + 1)^2 - 2 + k$
 $\therefore -2 + k = 0, k = 2$

해설

$2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.
 $D = 4^2 - 8k = 0$
 $\therefore k = 2$

8. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore m = 2$

9. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$$D/4 = (-1)^2 - (k - 1) > 0, 1 - k + 1 > 0 \quad \therefore k < 2$$

10. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1) , y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

12. $y = (k + 1)(k - 2)x^2 - 5x + 3$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ -1
- ☐ -2
- ☐ -3

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $(k + 1)(k - 2) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1, k \neq 2$ 이다.

13. 다음 중 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ $y = -3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
- ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ $y = 3x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$ 이다

14. 이차함수 $y = -2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2x^2 + 3x - 1$

해설

$$y = -2x^2 - 3x + 1 = -2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$$

위의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 식은 이차항의 계수와 꼭짓점의 y 좌표의 부호가 반대인 식이다.

$$\therefore y = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{17}{8} = 2x^2 + 3x - 1$$

15. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -16 ② -32 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은

$y = -2(x + 3)^2$ 이고 이 식을 전개하면

$y = -2x^2 - 12x - 18$

$a = -2, b = -12, c = -18$

$\therefore a + b + c = -2 - 12 - 18 = -32$

16. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x + 1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x - 1)(x + 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.

따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

17. 다음에 주어진 이차함수의 그래프에서 위로 볼록한 그래프는 모두 몇 개인가?

㉠ $y = -2(x - 1)^2$	㉡ $y = -(x - 2)^2 + 1$
㉢ $y = -\frac{1}{2}x^2$	㉣ $y = 3x^2 - 2$
㉤ $y = 2x^2$	㉥ $y = -x^2 + 1$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

x^2 의 계수가 음수인 경우를 고른다.

㉠, ㉡, ㉢, ㉥

18. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

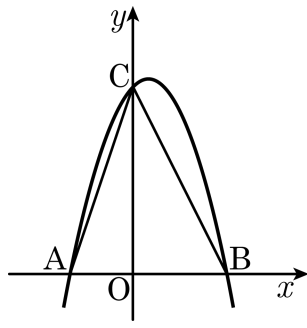
② $y = x^2 - 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 것을 찾는다.
따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ②이다.

19. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

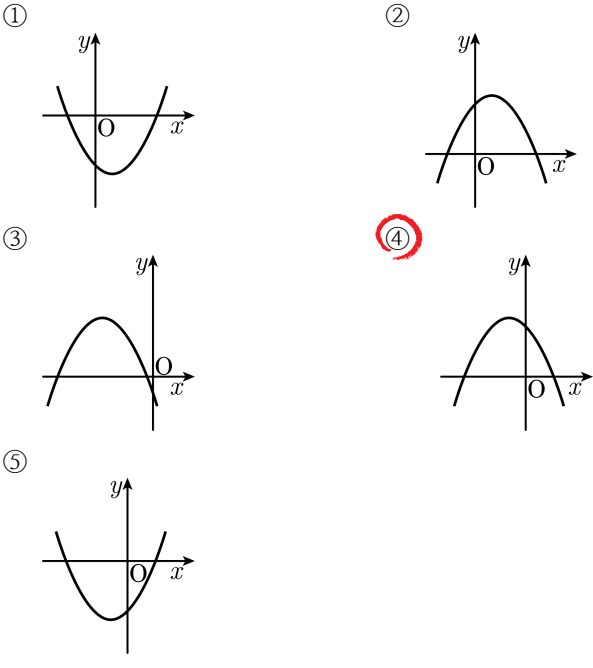
$-x^2 + x + 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

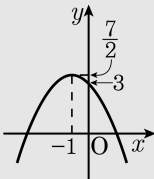
20. 다음 중 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 3$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) + \frac{1}{2} + \frac{6}{2} \\ &= -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{7}{2} \end{aligned}$$

꼭짓점 $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$ 이고 y 절편이 3 인 그래프이다.



21. 포물선 $y = x^2 - 20x + 19$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$y = x^2 - 20x + 19$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $x^2 - 20x + 19 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 20x + 19 = 0 ,$$

$$(x - 1)(x - 19) = 0 ,$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 19 ,$$

$$\therefore \overline{AB} = 19 - 1 = 18$$