

1. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값은?

① 90 ② 92 ③ 98 ④ 100 ⑤ 112

해설

가로를 x , 세로를 $20 - x$ 라 하자.

$$y = x(20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서 y 의 최댓값은 100이다.

2. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

3. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{15}{2}$ m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$ m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

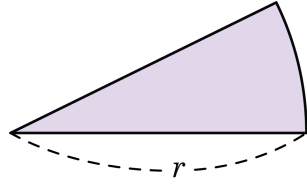
$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

4. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

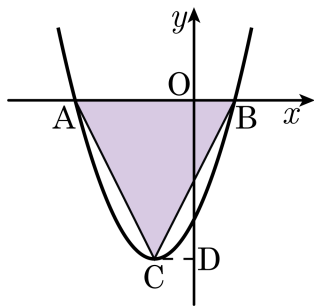
부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)\text{cm}$

부채꼴의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 (5, 25) 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

5. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

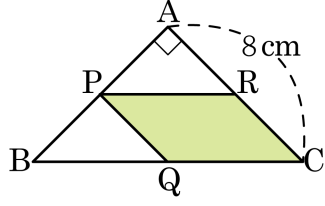
$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

6. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 $\overline{AB}$ 위에 점 P를 잡고, 점 P에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R라 한다. □PQCR의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하면?

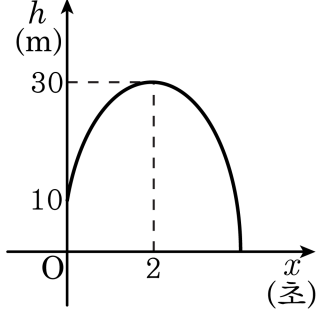


- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{BP} = x$ 라 놓으면
 $\square PQCR = \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle PBQ)$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 - \left\{ \frac{1}{2} \times (8-x)^2 + \frac{1}{2} x^2 \right\}$
 $= 32 - (x^2 - 8x + 32)$
 $= -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16$
따라서 $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, □PQCR의 넓이가 최대가 된다.

7. 다음 그림은 지면으로부터 10m 높이에서 던져 올린 물체의 운동을 나타내는 그래프이다. 던진 후 몇 초 만에 다시 지면으로 떨어지는가?



- ① 4 초 ② $(\sqrt{6}-2)$ 초 ③ $(2+\sqrt{6})$ 초
④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$y = a(x-2)^2 + 30$ 이고, $(0, 10)$ 을 지난다.
 $10 = 4a + 30$
 $\therefore a = -5$
 $\therefore y = -5(x-2)^2 + 30 = -5x^2 + 20x + 10$
 $x^2 - 4x - 2 = 0$
 $\therefore x = 2 + \sqrt{6} \quad (\because x > 0)$