

1. x 가 자연수이고, 부등식 $4 + 8x < a + 5x$ 의 해의 개수가 5개일 때, 상수 a 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$4 + 8x < a + 5x$ 를 정리하면 $3x < a - 4$

$$\therefore x < \frac{a-4}{3}$$

자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 5개이므로 $5 <$

$\frac{a-4}{3} \leq 6$ 이 되어야 한다.

$$15 < a - 4 \leq 18$$

$$19 < a \leq 22$$

따라서 상수 a 의 최댓값은 22이다.

2. 다음 중 방정식 $4x - 2(x - 5) = 6$ 을 만족하는 x 의 값을 해로 갖는 부등식은?

① $x - 2 > 4$

② $3(x + 1) \geq 2(x + 2)$

③ $2x - 5 > 4x + 2$

④ $x + 2(x - 3) > 2(x - 1)$

⑤ $-2x - 4 \geq 0$

해설

방정식 $4x - 2(x - 5) = 6$ 을 풀면 $x = -2$ 이므로
 $x = -2$ 를 대입하여 성립하는 부등식을 찾는다.

⑤ $-2 \times (-2) - 4 = 0 \geq 0$ 이므로 부등식은 성립한다.

3. x 가 자연수이고, 부등식 $-5 + 2x < x - a$ 을 만족하는 해의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 3$

② $1 < a \leq 3$

③ $2 \leq a < 3$

④ $0 < a \leq 3$

⑤ $1 \leq a < 3$

해설

$-5 + 2x < x - a$ 를 정리하면 $x < 5 - a$,
자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 2개이므로 $2 < 5 - a \leq 3$ 이 되어야 한다.

$$-3 < -a \leq -2$$

$$\therefore 2 \leq a < 3$$

4. $a < -2$ 일 때, $2a - (a + 2)x < -4$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 2$

해설

$$2a - (a + 2)x < -4$$

$$-(a + 2)x < -2a - 4$$

$$(a + 2)x > 2a + 4$$

$$\therefore x < 2 \quad (\because a + 2 < 0)$$

5. $a < 0$ 일 때, 부등식 $-ax + 6 > 9$ 를 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > -\frac{3}{a}$

해설

$$-ax + 6 > 9, \quad -ax > 3$$

$$a < 0 \quad \text{이므로} \quad -a > 0$$

$$\therefore x > -\frac{3}{a}$$

6. 다음은 학생들이 문제를 풀이하며 나눈 이야기 과정이다. 다음 중 틀린 말을 한 학생을 모두 골라라.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.

정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.

민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.

지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.

지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x < -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.

정희 : 그렇다면 $x < -18$ 이 되는구나.

- ① 정민 ② 민호 ③ 지현 ④ 지윤 ⑤ 정희

해설

학생들이 올바른 대화를 했다면 다음과 같다.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.

정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.

민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.

지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.

지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x > -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.

정희 : 그렇다면 $x > -18$ 이 되는구나.

지윤은 $a < 0$ 임을 알고 있었지만 $-a > 0$ 를 생각하지 못하고 부등호의 방향을 바꾸어 버렸다. 또 정희는 지윤의 말을 그대로 받아 $x > -18$ 이 아닌 $x < -18$ 이라고 하였다.

7. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 3 < \frac{1}{6} \\ 0.5x + 2 \geq 3 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $2 \leq x < \frac{19}{3}$

해설

$$\frac{1}{2}x - 3 < \frac{1}{6}$$

$$3x - 18 < 1$$

$$x < \frac{19}{3} \dots \text{㉠}$$

$$0.5x + 2 \geq 3$$

$$5x + 20 \geq 30$$

$$x \geq 2 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통부분은 $2 \leq x < \frac{19}{3}$

8. 다음 연립부등식을 만족하는 정수 중 가장 큰 값은?

$$\begin{cases} -2(x+4) < 10 \\ \frac{3}{4}x + \frac{5}{6} \leq \frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

① -4

② -3

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

i) $-2(x+4) < 10$, $x > -9$

ii) $\frac{3}{4}x + \frac{5}{6} \leq \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$9x + 10 \leq 8x + 6$$

$$x \leq -4$$

따라서 $-9 < x \leq -4$ 를 만족하는 가장 큰 정수는 -4

9. 연립부등식 $\begin{cases} 1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2 \\ 3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2} \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $a - b$

의 값은?

① $-\frac{54}{5}$

② $-\frac{49}{5}$

③ $-\frac{9}{2}$

④ $-\frac{5}{2}$

⑤ -9

해설

i) $1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$12x - 20 \leq 8x + 32$$

$$4x \leq 52$$

$$x \leq 13$$

ii) $3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2}$ 의 양변에 4 를 곱하면

$$12 - (x-2) < 2(2x-3)$$

$$12 - x + 2 < 4x - 6$$

$$20 < 5x$$

$$4 < x$$

$$\therefore 4 < x \leq 13$$

11. 박람회 학생 입장료는 4500 원인데 200 명 이상의 단체에게는 25%를 할인해 준다고 한다. 200 명 미만의 단체가 200 명의 단체 입장료를 지불하는 것이 더 유리할 경우는 단체 인원수가 몇 명 이상일 때인가?

① 140 명

② 141 명

③ 150 명

④ 151 명

⑤ 160 명

해설

인원수 x 라 하면

$4500x > 0.75 \times 4500 \times 200$, $x > 150$ 이다.

따라서 학생이 151 명 이상일 경우에는 200 명 단체 입장료를 내는 것이 더 유리하다.

12. 어느 극장에서 30 명 이상은 1 할을, 50 명 이상은 1 할 5 푼을 입장료에서 할인하여 준다고 한다. 30 명 이상 50 명 미만인 단체는 몇 명 이상일 때, 50 명의 입장권을 사는게 유리한가?

① 46 명

② 47 명

③ 48 명

④ 49 명

⑤ 50 명

해설

입장료를 A 원, 사람 수를 x 명이라 하면

$$0.9A \times x > 0.85A \times 50 \quad \therefore x > 47\frac{2}{9}$$

따라서, 48 명 이상일 때 입장권을 사는 것이 유리하다.

13. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 $(x-5)$ cm, $(x+1)$ cm, $(x+4)$ cm 라고 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > 8$

해설

삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧아야 한다.

$x+4$ 가 가장 긴 변이므로

$$x+4 < (x-5) + (x+1)$$

$$x-x-x < -5+1-4$$

$$-x < -8$$

$$x > 8$$

14. 삼각형에서 가장 긴 변의 길이는 다른 두 변의 길이의 합보다 짧다. 한 삼각형의 세 변의 길이가 각각 5cm 씩 차이가 날 때, 가장 짧은 변의 길이의 범위는?

① $x > 1$

② $x > 2$

③ $x > 3$

④ $x > 4$

⑤ $x > 5$

해설

5cm 씩 차이나는 세 변의 길이를

$x, x + 5, x + 10$ 라 하면

$$x + (x + 5) > x + 10$$

$$\therefore x > 5$$

15. 사다리꼴의 윗변의 길이는 20 cm 이고, 아랫변의 길이는 15 cm, 높이가 10 cm 라고 한다. 윗변의 길이를 x cm 늘여서 넓이를 250 cm^2 이상으로 하려고 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \geq 15$

해설

(사다리꼴의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times (\text{밑변의 길이} + \text{윗변의 길이}) \times (\text{높이})$$

윗변의 길이를 x cm 늘였으므로 윗변의 길이는 $(x+20)$ cm 이다.

$$\therefore \frac{1}{2} \times (15 + 20 + x) \times 10 \geq 250$$

정리하면

$$5(x + 35) \geq 250$$

$$x + 35 \geq 50$$

$$\therefore x \geq 15$$

16. 인혜는 10%의 소금물 200g에 실수로 20%의 소금물 x g을 부어서 18% 이하의 소금물을 만들었다고 한다. 인혜가 실수로 부은 소금물의 양의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \leq 800$

해설

10%의 소금물 200g에 들어있는 소금의 양은 $\frac{10}{100} \times 200 = 20$ (g)

이다.

20%의 소금물 x g에 들어있는 소금의 양은 $\frac{20}{100} \times x = \frac{x}{5}$ (g)

이다.

10%의 소금물 200g과 20%의 소금물 x g을 섞어 18%의 소금물

이 만들어졌다면 여기에 들어있는 소금의 양은 $\frac{18}{100} \times (200+x)$ (g)

이 된다.

$$20 + \frac{x}{5} \leq \frac{18(200+x)}{100}$$

$$2000 + 20x \leq 3600 + 18x$$

$$2x \leq 1600$$

$$x \leq 800$$

x 는 800g 이하이다.

17. 15% 의 소금물 200g 에 물을 x g 을 넣어서 소금물의 농도가 6% 의 이하가 되었다고 한다. x 의 범위는?

① $x \leq 100$

② $x \geq 100$

③ $x \leq 300$

④ $x \geq 300$

⑤ $x \leq 400$

해설

15% 의 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{15}{100} \times 200 = 30$ (g)

이다. 물을 x g 을 더 넣어도 소금의 양은 변하지 않는다. 소금물

의 농도는 $\frac{30}{200+x} \times 100$ (%) 이다. 소금물의 농도는 6% 이하이

므로

$$\frac{30}{200+x} \times 100 \leq 6$$

$$\frac{3000}{6} \leq 200+x$$

$$-x \leq 200 - 500$$

$$x \geq 300$$

18. 다음 설탕물을 가열하여 농도가 10% 이상의 설탕물을 만들려고 한다. 물이 1분에 20g씩 증발한다면 몇 분 이상 끓여야 하는가?

6% 설탕물 300g

- ① 3분 이상 ② 4분 이상 ③ 5분 이상
④ 6분 이상 ⑤ 7분 이상

해설

증발시켜야 할 물의 양을 x g이라 할 때

$$\frac{6}{100} \times 300 \geq \frac{10}{100} (300 - x)$$

$$1800 \geq 10(300 - x)$$

$$180 \geq 300 - x$$

$$\therefore x \geq 120$$

120g 이상을 증발시켜야 하므로 6분 이상 가열해야 한다.