

1. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

㉡ $y = 2x^2$ 와 $y = \frac{1}{2}x^2$ 은 x 축에 대하여 대칭이다.

㉢ $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.

㉣ $y = ax^2$ 의 대칭축은 x 축이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉡ $y = 2x^2$ 와 $y = -2x^2$ 이 x 축에 대하여 대칭이다.

㉣ $y = ax^2$ 의 대칭축은 y 축이다.

2. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8$, $f(1) = b$ 를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8, a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$
이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

3. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(-2, 0)$

④ $(0, -2)$

⑤ $(-2, 1)$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

4. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

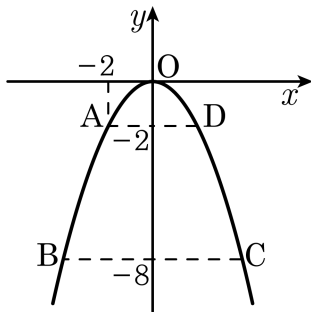
해설

$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

5. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 4a, a = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \pm 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2, y = -8$$

$$A(-2, -2), B(-4, -8)$$

$$C(4, -8), D(2, -2)$$

$$(\square ABCD \text{ 의 넓이}) = (8 + 4) \times (8 - 2) \times \frac{1}{2} = 36$$

6. 다음 이차함수 중 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{2}{3}x^2$

② $y = 3x^2 + 3$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$

④ $y = -5x^2 + 7$

⑤ $y = -4x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 이차함수를 고른다.

7. 이차함수 $y = 3x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

② 아래로 볼록한 그래프이다.

③ $y = -3x^2$ 보다 폭이 넓다.

④ y 축을 축으로 한다.

⑤ $y = -3x^2$ 과 x 축 대칭이다.

해설

③ 3 과 -3 은 절댓값의 크기가 같으므로 폭이 같다.

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하였더니 제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지났다. 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ $\frac{1}{2}$
㉡ $\frac{9}{5}$

㉢ $-\frac{1}{4}$

㉣ 2

㉤ -2

㉥ -3

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프는 제 3, 4 사분면만 지나므로 제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지나려면 y 축의 윗방향으로 이동해야 한다. 따라서 $a > 0$ 이 되어야 하므로 a 의 값이 될 수 없는 것은 $-\frac{1}{4}$, -2 , -3 이다.

9. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.

② $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

④ 점 $(1, -8)$ 을 지난다.

⑤ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.

10. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이 점 $(2, 8)$ 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 + q \text{ 에 } (2, 8) \text{ 을 대입하면 } 8 = \frac{1}{2} \times 4 + q$$

$$\therefore q = 6$$

11. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 8$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = (x - a)^2 - a^2 + 8$$

꼭짓점 $(a, -a^2 + 8)$ 이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

$$-a^2 + 8 = 2a$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a - 2)(a + 4) = 0$$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

12. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 9$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -1$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + 9 \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 9 \\&= 2(x + 1)^2 + 7\end{aligned}$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 아래로 볼록하므로
 $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

13. 다음 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1, 2, 4 사분면을 지날 때, a, p, q 의 부호는?

① $a < 0, p < 0, q < 0$

② $a < 0, p > 0, q < 0$

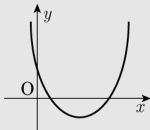
③ $a > 0, p < 0, q > 0$

④ $a > 0, p > 0, q > 0$

⑤ $a > 0, p < 0, q < 0$

해설

$y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0, p < 0, q < 0$



14. 이차함수 $y = x^2 - 2$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m)$, $(3, n)$ 에서 만날 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = x^2 - 2$ 의 그래프가 두 점 $(-2, m)$, $(3, n)$ 을 지나므로
 $m = 4 - 2 = 2$, $n = 9 - 2 = 7$

$y = ax + b$ 에 두 점 $(-2, 2)$, $(3, 7)$ 을 대입하면

$$\begin{array}{r} 2 = -2a + b \\ -) 7 = 3a + b \\ \hline -5 = -5a \end{array}$$

$$a = 1, b = 4$$

$$\therefore a - b = 1 - 4 = -3$$

15. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

16. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 6x + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ -3

④ -5

⑤ -8

해설

$$y = (x - m)^2 + 1 + n = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7$$

$$m = -3, n = -8$$

$$\therefore m - n = 5$$

17. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$

② $(-1, -2)$

③ $(1, 1)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.

따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.

따라서 $(4a-3)(a+1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

18. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 2k - 5$ 의 꼭짓점이 직선 $y = x + 2$ 위에 있다고 한다. 이때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{1}{2}$

해설

$$y = -x^2 + 6x + 2k - 5 = -(x - 3)^2 + 2k + 4$$

꼭짓점 $(3, 2k + 4)$ 가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 $2k + 4 = 5$,

$$2k = 1$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

19. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $y = 6x - 14$

② $y = 2x + 4$

③ $y = 2x + 2$

④ $y = x + 2$

⑤ $y = x + 4$

해설

꼭짓점은 $(2, 6)$,

$x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로

y 축과의 교점은 $(0, 4)$

두 점 $(2, 6)$, $(0, 4)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{6-4}{2-0} = 1,$$

y 절편은 4

따라서 구하는 직선의 식은 $y = x + 4$

20. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 두 개 고르면?

① y 절편은 10 이다.

② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

③ x 축과 만나는 점의 좌표가 (1, 0), (5, 0) 이다.

④ 축의 방정식은 $y = 3$ 이다.

⑤ 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\&= 2(x - 3)^2 - 8\end{aligned}$$

② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

④ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

⑤ 아래로 볼록한 그래프이다.

21. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.

꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.

$\therefore a = -2$

22. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

④ $a \leq \frac{7}{25}$

⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

해설

$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

24. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16

② 20

③ 26

④ 30

⑤ 36

해설

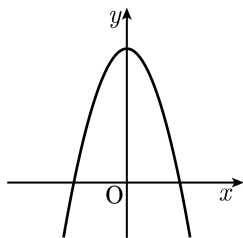
$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$\therefore (\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

25. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1 사분면

▷ 정답 : 제 2 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다.

