

1. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $x = -1, (1, 3)$

② $x = -1, (-1, 0)$

③ $x = 1, (-2, 3)$

④ $x = 1, (1, 3)$

⑤ $x = 1, (1, 0)$

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1) + 2 + 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

따라서 축의 방정식은 $x = 1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

2. 다음 에 알맞은 말을 써 넣어라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 축이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 이라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 포물선

▷ 정답 : 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(3, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = 2x^2 - 3$ 에 $(3, a)$ 를 대입하면

$$a = 2 \times 3^2 - 3,$$

$$\therefore a = 15$$

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$ 의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

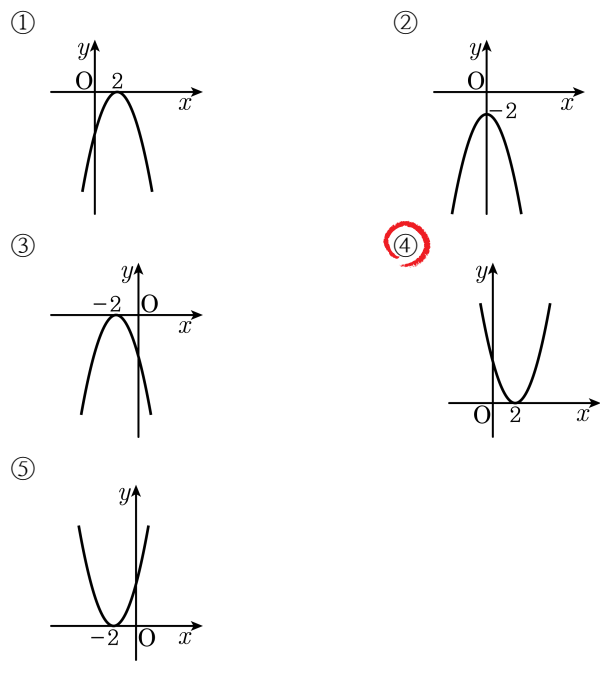
▷ 정답 : $-\frac{13}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{13}{3} \end{aligned}$$

따라서 y 절편은 $-\frac{13}{3}$

5. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

$y = (x - 2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 (2, 0) 인 그래프이다.

6. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 를 $y = (x + A)^2 - B$ 의 꼴로 변형시켰을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 4x + 2 \\&= (x + 2)^2 - 4 + 2 \\&= (x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$A = 2$, $B = 2$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

7. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\&= -\frac{1}{3}(x^2+2x-8) \\&= -\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+\frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{1}{3}+\frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+3\end{aligned}$$

8. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

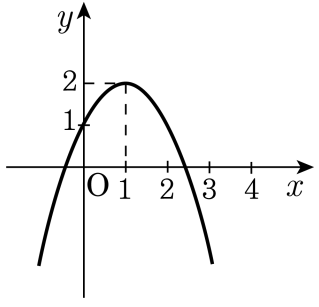
$$y = -4(x - 1)^2 - 3$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -4(2 - 1)^2 - 3$$

$$\therefore a = -7$$

9. 아래 그래프는 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 평행이동한 그래프의 식을 구하면?



- ① $y = -x^2 + 1$
- ② $y = -x^2 + 2$
- ③ $y = -(x - 1)^2$
- ④ $y = -(x - 1)^2 + 2$
- ⑤ $y = -(x + 1)^2 + 2$

해설

$y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동했으므로 $y = -(x - 1)^2 + 2$ 이다.

10. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : -5

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x + 1)^2 - 4$ 를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= 2(x + 1 + 3)^2 - 4 \\ &= 2(x + 4)^2 - 4 \\ &= 2x^2 + 16x + 28 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$2a^2 + 16a + 28 = -2$$

$$a^2 + 8a + 15 = 0$$

$$(a + 3)(a + 5) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

11. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x - 3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

12. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x - 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

13. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6ax + 4 \\ &= 3(x^2 + 2ax) + 4 \\ &= 3(x + a)^2 + 4 - 3a^2 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

14. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0, -1)$

② $(0, 1)$

③ $(0, -2)$

④ $(0, 2)$

⑤ $(0, 3)$

해설

y 축과의 교점 ($x = 0$ 을 대입) 은

$$y = 2 \times (0 - 1)^2 = 2$$

$\therefore y$ 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$

15. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① $a : -2$ 또는 0 , $b : 0$

② $a : -5$ 또는 -1 , $b : -5$

③ $a : 1$ 또는 -3 , $b : \frac{3}{2}$

④ $a : 1$ 또는 5 , $b : 5$

⑤ $a : 0$ 또는 2 , $b : 0$

해설

$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

16. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는

$-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

17. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

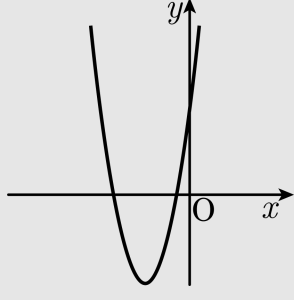
y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

18. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2, 3 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = 2x^2 + 8x + 4 = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 4 = 2(x + 2)^2 - 4$
꼭짓점이 $(-2, -4)$ 이고 y 절편이 4 인, 아래로 볼록한 그래프를
그려 보면 제4 사분면을 지나지 않는다.



19. 다음 중 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설

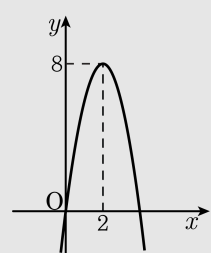
$$y = -2x^2 + 8x$$

$$y = -2(x - 2)^2 + 8$$

꼭짓점의 좌표는 (2, 8) 인 위로 볼록한 그래프이다.

또 원점 (0, 0) 을 지난다.

따라서 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 2 사분면을 지나지 않는다.



20. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

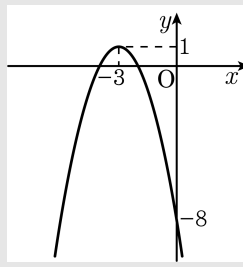
21. $y = -x^2 - 6x - 8$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 몇 사분면인지 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1사분면

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 6x - 8 \\ &= -(x+3)^2 + 1 \end{aligned}$$



22. 이차함수 $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = x + a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이고 직선

$y = x + a$ 위에 있으므로

$$4 = \frac{1}{2} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$$

23. 이차함수 $y = 3x^2 + 3x - 1$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 3x - 1 = 3(x^2 + x) - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{7}{4}$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{7}{4}$$

$$\therefore p + q = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{9}{4}$$

24. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x + 1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x - 1)(x + 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.

따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

25. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -2x^2 + 2$

㉡ $y = 2x^2 - 3$

㉢ $y = -2(x + 1)^2$

㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x - 1)(x + 1)$

㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉠,㉢,㉥

⑤ ㉠,㉤,㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠,㉢,㉤이다.

26. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

① $x > 1$

② $x > 2$

③ $x < -1$

④ $x > -2$

⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

27. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

⑤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x + 1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

28. 이차함수 $y = ax^2 - 4x + 6$ 과 x 축과의 교점이 (2, 0) 일 때 다른 한 교점의 좌표는?

① (-4, 0)

② (6, 0)

③ (4, 0)

④ (-2, 0)

⑤ (1, 0)

해설

$y = ax^2 - 4x + 6$ 에 (2, 0) 을 대입하면

$$0 = 4a - 8 + 6 \therefore a = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입하고,

양변에 2 를 곱하여 정리해주면,

$$x^2 - 8x + 12 = 0, (x - 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 2, 6$$

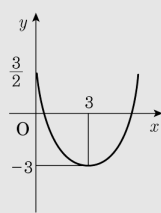
따라서 다른 한 교점은 (6, 0) 이다.

29. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 몇 사분면인지 구하여라.

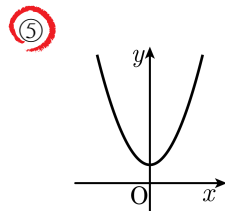
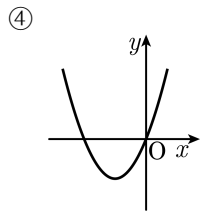
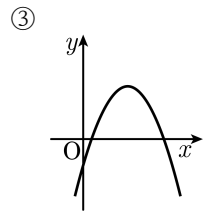
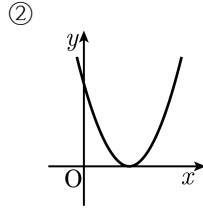
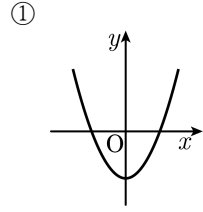
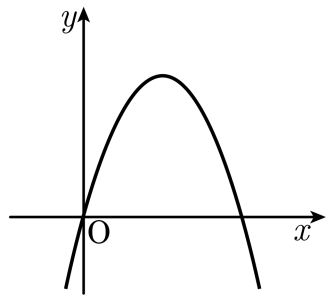
▶ 답: 사분면

▷ 정답 : 제 3사분면

해설



30. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



해설

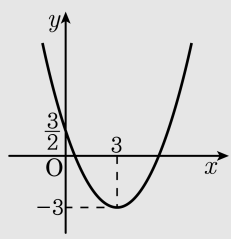
주어진 그래프가 위로 볼록하고 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

31. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 몇 사분면인지 구하여라.

▶ 답: 사분면

▶ 정답 : 제 3 사분면

해설



32. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

33. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x + 1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$B(1, 0) \text{ 을 } y = -x^2 - 2x + p \text{ 에 대입하면 } -1^2 - 2 + p = 0, \therefore p = 3$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.