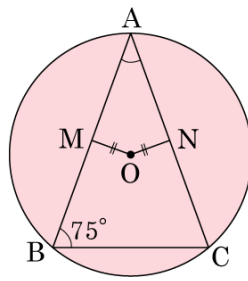


1. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle B = 75^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 65°

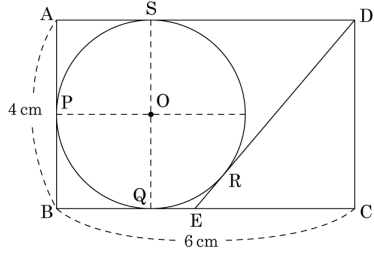
해설

원의 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 현의 길이는 같다.
따라서, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle A + 75^\circ \times 2 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ$$

2. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O와 $\triangle CDE$ 가 접하고 있다. $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



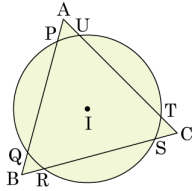
$$\begin{aligned} \overline{AP} &= \overline{AS} = 2 \\ \overline{DS} &= \overline{DA} - \overline{AS} = 4 \\ (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC} \\ &= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \textcircled{1} \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{2} + \overline{EC}) \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{3} + \overline{EC}) \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + \textcircled{4} \\ &= \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\overline{EC}$ ② $\overline{RE}$ ③ $\overline{EQ}$ ④ $\overline{CQ}$ ⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{cm})$

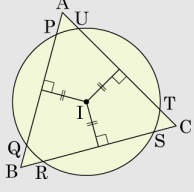
3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이며 원의 중심이다. $\overline{RS} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



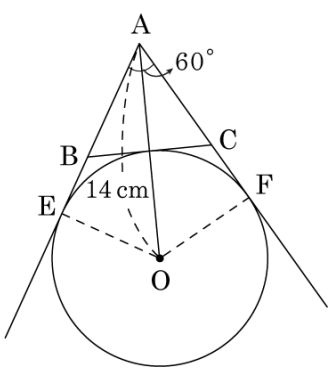
- ㉠ 5cm ㉡ $5\sqrt{2}\text{cm}$ ㉢ $\frac{5}{2}\text{cm}$
 ㉣ $5\sqrt{3}\text{cm}$ ㉤ 6cm

해설

삼각형 내심의 성질에 의해서 내심에서 각 변에 이르는 거리는 각각 같다. 또한 원에 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 그 현의 길이도 모두 같다. 따라서 $\overline{RS} = \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PQ} = 5\text{cm}$ 이다.



4. 점 E, 점 F가 원 O와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC가 원 O와 내접할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

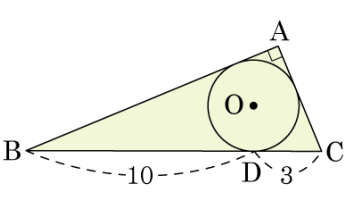


- ① $10\sqrt{3}\text{cm}$ ② $12\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $14\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $16\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $17\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\overline{BD} = 10$, $\overline{CD} = 3$)

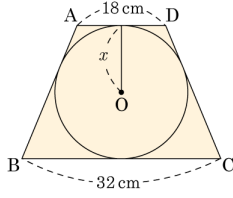


- ① 12 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 48

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\overline{AB} = 10 + r$, $\overline{AC} = 3 + r$ 이고
 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로
 $13^2 = (10 + r)^2 + (3 + r)^2$
 $169 = 100 + 20r + r^2 + 9 + 6r + r^2$
 $2r^2 + 26r - 60 = 0$
 $r^2 + 13r - 30 = 0$
 $(r + 15)(r - 2) = 0$
 $r > 0$ 이므로 $r = 2$
 $\therefore \overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 5$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$

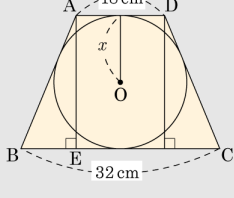
6. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 32\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



- ① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 18cm

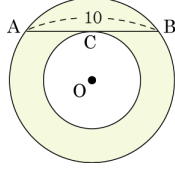
해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = 18 + 32 = 50(\text{cm})$
 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
 $\therefore \overline{AB} = 25(\text{cm})$



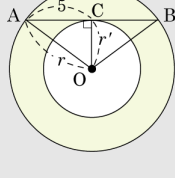
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
 $\overline{BE} = 7(\text{cm}) \quad \therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\text{cm})$
 $\therefore x = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm})$

7. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $AB = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



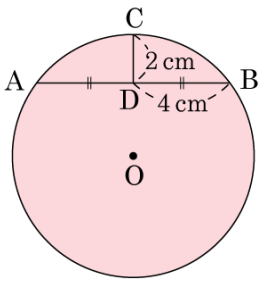
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 호 AB는 원 O의 일부분 이고, $AD = BD$, $AB \perp CD$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



- ① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

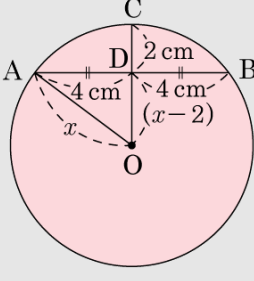
원 O의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$$x^2 = 4^2 + (x - 2)^2$$

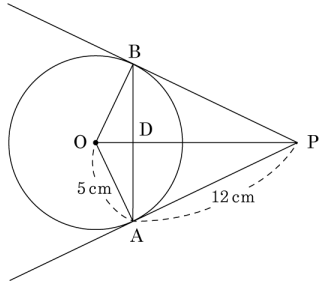
$$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$$

$$4x = 20$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})$$



9. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. PA = 12cm 일 때, AB 의 길이는?

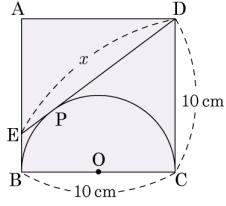


- ① 24cm ② $\frac{192}{2}$ cm ③ $\frac{120}{13}$ cm
 ④ $\frac{124}{5}$ cm ⑤ 25cm

해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13$ cm 이다.
 또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로
 $\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}$ cm
 따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}$ cm 이다.

10. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형이다.
 $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



- ① $\frac{24}{2}$ cm ② $\frac{25}{2}$ cm ③ 13cm
 ④ $\frac{27}{2}$ cm ⑤ 14cm

해설

$$\overline{EP} = \overline{EB} = x - 10$$

$$\overline{AE} = 10 - (x - 10) = 20 - x$$

△AED에서

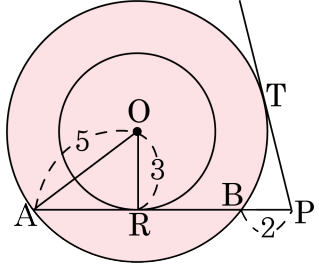
$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$$

$$x^2 = (20 - x)^2 + 10^2$$

$$40x = 500$$

$$x = \frac{25}{2} \text{ cm}$$

11. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?

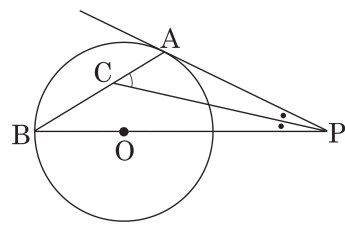


- ① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

$\angle ARO = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{AB} = 2 \times \overline{AR} = 8$
 $\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$

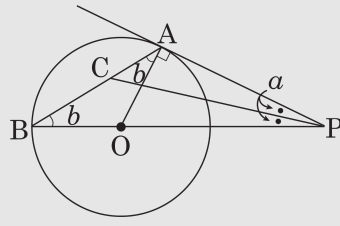
12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면
 $\angle OAP = 90^\circ$



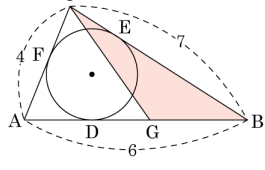
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$\therefore a + b = 45^\circ$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$

13. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AC} = 4$ 이고 $\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?



- ① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
 ④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$$\overline{AD} = a \text{ 라 하면 } \overline{AD} = \overline{AF} = a, \overline{BD} = \overline{BE} = 6 - a, \overline{CE} = \overline{CF} = 4 - a$$

$$\overline{BC} = (6 - a) + (4 - a) = 7 \text{ 이므로}$$

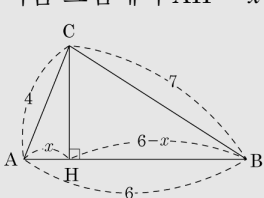
$$a = \overline{AD} = \frac{3}{2}, \overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3 \text{ 이므로 } \triangle DBC = \frac{3}{4} \triangle ABC \text{ 이고}$$

$$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3 \text{ 이므로 } \triangle GBC = \frac{3}{5} \triangle DBC$$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20} \triangle ABC$$

$$\text{다음 그림에서 } \overline{AH} = x \text{ 라 하면 } \overline{BH} = 6 - x$$



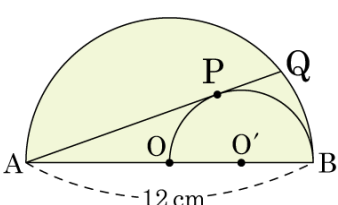
$$\overline{CH}^2 = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2 \therefore x = \frac{1}{4}$$

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{CH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4} \sqrt{255}$$

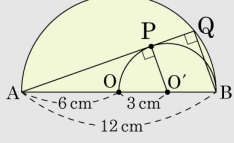
$$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20} \triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4} \sqrt{255} = \frac{27}{80} \sqrt{255}$$

14. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 $\overline{OB}$ 를 지름으로 하는 반원 O' 이 있다. $\overline{AQ}$ 가 반원 O' 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



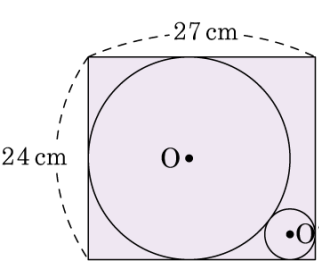
- ① $6\sqrt{5}\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $7\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $8\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설



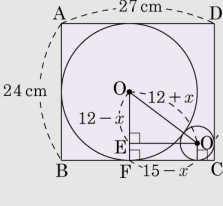
$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2$ 이므로
 $9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2 \therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\text{cm}$
 $\angle APO' = 90^\circ$, 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90^\circ$
 $\therefore \triangle AO'P \sim \triangle ABQ$
 $\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$
 $6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$
 $\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 가로와 길이가 27 cm, 세로의 길이가 24 cm 인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 작은 원의 반지름은?



- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



큰 원의 반지름은 12 cm
 작은 원의 반지름을 x cm 라 하면
 $\overline{OO'} = 12 + x$, $\overline{OE} = 12 - x$, $\overline{O'E} = \overline{CF} - x = 15 - x$ 이므로
 $(12 + x)^2 = (12 - x)^2 + (15 - x)^2$
 $x = 3$