

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$, $x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

2. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 6$ 의 그래프를 구하여라.

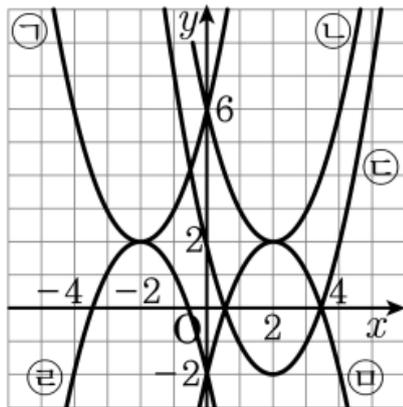
① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤



해설

$$\text{이차함수 } y = x^2 - 4x + 6$$

$$= (x^2 - 4x + 4) - 4 + 6$$

$$= (x - 2)^2 + 2 \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표가 (2, 2) 이고, y 절편은 6 이므로 그래프는 ㉡ 이다.

3. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -11

해설

$$y = x^2 - 4x - 7$$

$$= (x - 2)^2 - 11$$

$x = 2$ 일 때, 최솟값 -11 을 갖는다.

4. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

$$2x^2 + 6x + 10 = 0$$

① $\frac{3}{5}$

② 3

③ $-\frac{3}{5}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{3}{5}$$

5. $2 + \sqrt{3}$ 이 $x^2 + ax + 1 = 0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

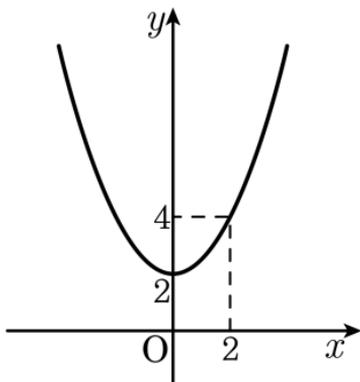
해설

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서

$$-a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$\therefore a = -4$$

6. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a, 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$y = ax^2 + 2$ 가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$$

7. 다음 <보기>의 이차함수 그래프 중 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 차례대로 적은 것으로 옳은 것은?

보기

㉠ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉢ $y = 2x^2$

㉣ $y = -5x^2$

① ㉣, ㉡, ㉠, ㉢

② ㉣, ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉠, ㉣, ㉢

④ ㉡, ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉠

해설

$y = ax^2$ 에서 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

8. 축의 방정식이 $x = 0$ 이고 두 점 $(1, 3)$, $(-2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = x^2 - 4$

② $y = 2x^2 - 6$

③ $y = -x^2 + 4$

④ $y = -2x^2 + 5$

⑤ $y = 2x^2 + 4$

해설

축의 방정식이 $x = 0$ 일 때 구하는 포물선의 식은 $y = ax^2 + q$ 이다.

$y = ax^2 + q$ 에 $(1, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a + q \cdots \cdots (1)$$

$y = ax^2 + q$ 에 $(-2, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = 4a + q \cdots \cdots (2)$$

$$(2) - (1) \text{ 하면 } 3a = -6 \leftrightarrow a = -2$$

(1) 에 대입하면 $q = 5$

$$\therefore y = -2x^2 + 5$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k 의 값과 중근 a 의 값이 옳게 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k = -1$

㉡ $k = 0$

㉢ $k = 1$

㉤ $a = -1$

㉥ $a = 0$

㉦ $a = 1$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

중근을 가지려면, $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$$k^2 = -3k^2 + 4, 4k^2 = 4, k^2 = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$k = \pm 1 \text{ 을 주어진 방정식에 대입하면 } x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 일 때, 중근 } a = 1 \text{ 또는 } k = -1 \text{ 일 때, 중근 } a = -1$$

10. 이차 방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 해일 때, $b - a$ 의 값은?

① -36

② -34

③ -26

④ 24

⑤ 30

해설

$$x^2 - 3x - 5 = 0 \text{ 에서}$$

두 근의 합 : 3, 두 근의 곱 : -5

$$\begin{aligned} 2(x-3)(x+5) &= 2(x^2 + 2x - 15) \\ &= 2x^2 + 4x - 30 \end{aligned}$$

$$a = 4, b = -30$$

$$\therefore b - a = -34$$

11. 차가 4 인 두 양의 정수의 곱이 117 일 때, 이 두 양의 정수의 합은?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

두 양의 정수를 x , $x - 4$ 라 하면

$$x(x - 4) = 117$$

$$x^2 - 4x - 117 = 0$$

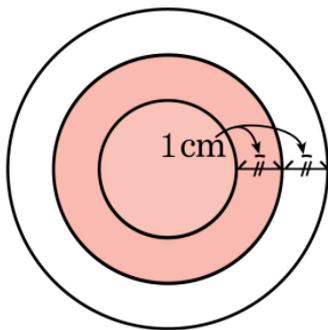
$$(x - 13)(x + 9) = 0$$

$$\therefore x = 13 (\because x > 4)$$

두 양의 정수는 13, 9이다.

따라서 양의 정수의 합은 22 이다.

12. 다음 그림과 같이 원 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 원의 넓이가 나머지 두 원의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $12\pi\text{cm}^2$ ② $13\pi\text{cm}^2$ ③ $14\pi\text{cm}^2$
 ④ $15\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

가장 작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면 가장 큰 원의 반지름은 $(r+2)\text{cm}$, 색칠한 원의 반지름은 $(r+1)\text{cm}$ 이 된다.

$$\pi(r+2)^2 = \pi r^2 + \pi(r+1)^2$$

$$r^2 - 2r - 3 = 0 \rightarrow (r-3)(r+1) = 0, r = -1, 3 \text{ 에서}$$

$r > 0$ 이므로 $r = 3$

색칠한 원의 반지름은 4cm 이다.

따라서 색칠한 원의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100

② 120

③ 240

④ -120

⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

14. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

15. 둘레의 길이가 32 cm인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 8 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm² 라 하면,

$$\begin{aligned}y &= x(16 - x) \\ &= -x^2 + 16x \\ &= -(x^2 - 16x) \\ &= -(x - 8)^2 + 64\end{aligned}$$

따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.