

1. 직선  $x + 3y - k = 0$ 이 원  $(x - 5)^2 + y^2 = 3$ 의 넓이를 이등분할 때,  $k$ 의 값은?

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

2. 두 원  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = r^2$  이 서로 다른 두 점에서 만날 때,  $r$  의 범위는  $a < r < b$  이다. 이 때,  $3a - b$  의 값은?

① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

3. 원  $x^2 + y^2 + 2y = 0$  과 직선  $y = mx - 3$ 이 만나지 않을 때, 상수  $m$ 의 범위를 구하면?

- ①  $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$       ②  $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$   
③  $-1 < m < 1$       ④  $-2 < m < 2$   
⑤  $-3 < m < 3$

4. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$$x^2 + y^2 = 4, \quad y = x + 3$$

▶ 답: \_\_\_\_\_ 개

5. 중심이  $C(1, 2)$ 이고, 직선  $L : x + 2y = 0$ 에 접하는 원의 방정식을 구하면?

- ①  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$       ②  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 6$   
③  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 7$       ④  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$   
⑤  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

6. 원  $x^2 + y^2 + 10x - 8y + 16 = 0$  에 의하여 잘려지는  $x$  축 위의 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답: \_\_\_\_\_

7. 직선  $y = x+4$ 가 원  $x^2+y^2 = 9$ 에 의해서 잘린 현의 길이를 구하여라.

▶ 답: \_\_\_\_\_

8. 반지름이 각각 2, 3, 10인 세 원이 그림과 같이  
둘 씩 서로 외접하고 있다. 이 때, 세 접점을 지  
나는 원의 넓이를 구하면?



- ①  $\frac{8}{3}\pi$       ②  $4\pi$       ③  $\frac{9}{2}\pi$   
④  $6\pi$       ⑤  $\frac{20}{3}\pi$

9. 점 O를 지나는 직선이 좌표평면 위의 원 C와  
두 점 A, B에서 만날 때,  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값이 일정함을 다음과 같이  
증명하였다.

②, ④, ⑤에 알맞은 것을 차례로 적으면?

[증명]

원점 O를 지나는 직선의 방정식을

$$y = mx \dots \textcircled{①}$$

원 C의 방정식을  $(x - a)^2 + y^2 = r^2$

$(a > 0, r > 0) \dots \textcircled{②}$  라 하자

$\textcircled{①}, \textcircled{②}$ 에서  $(1 + m^2)x^2 - 2ax + a^2 - r^2 = 0 \dots \textcircled{③}$

$\textcircled{③}$ 의 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라 하면  $\alpha\beta = (\textcircled{④})$

따라서  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = (\textcircled{④}) \cdot |\alpha\beta| = (\textcircled{⑤})$

그러므로 m에 관계없이  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값은 일정하다.

$$\textcircled{①} \quad \frac{a^2 - r^2}{1 - m^2}, \quad 1 - m^2, \quad |a^2 - r^2|$$

$$\textcircled{②} \quad \frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, \quad 1 + m^2, \quad |a^2 - r^2|$$

$$\textcircled{③} \quad \frac{a^2 - r^2}{1 - m^2}, \quad 2(1 - m^2), \quad 2|a^2 - r^2|$$

$$\textcircled{④} \quad \frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, \quad 2(1 + m^2), \quad 2|a^2 - r^2|$$

$$\textcircled{⑤} \quad \frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, \quad r(1 + m^2), \quad r|a^2 - r^2|$$