

1. 연속하는 세 자연수의 합이 10 이상 20 미만이고, 큰 수의 3 배는 작은 두 수의 합보다 10 이상 클 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$\begin{cases} 10 \leq (x-1) + x + (x+1) < 20 \quad \cdots \textcircled{㉠} \\ (x-1) + x \leq 3(x+1) - 10 \quad \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} \text{ 에서 } 10 \leq 3x < 20, \quad \therefore \frac{10}{3} \leq x < \frac{20}{3}$$

$$\textcircled{㉡} \text{ 에서 } 2x - 1 \leq 3x - 7, \quad -x \leq -6 \quad \therefore x \geq 6$$

$6 \leq x < \frac{20}{3}$ 이므로 이를 만족하는 자연수는 6 이고, 세 자연수는

5, 6, 7 이다.

따라서, 세 수 중 가장 큰 수는 7 이다.

2. 어떤 정수에 4 를 곱하고 6 을 더하면 19 보다 크고, 6 배하고 3 을 빼면 22 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 정수는 무엇인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 정수를 x 라고 하고, 문제의 조건에 따라 두 개의 식을 만든다. “어떤 정수에 4 를 곱하고 6 을 더하면 19 보다 크고”을 식으로 표현하면, $4x + 6 > 19$ 이다. “어떤 정수에 6 배하고 3 을 빼면 22 보다 작다”를 식으로 표현하면, $6x - 3 < 22$

이다. 두 개의 식을 연립방정식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 4x + 6 > 19 \\ 6x - 3 < 22 \end{cases}$$

이고, 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x > \frac{13}{4} \\ x < \frac{25}{6} \end{cases}$$
 이다. 따라서 어떤 정수는

$\frac{13}{4} < x < \frac{25}{6}$ 이므로 4 이다.

3. 어느 인터넷 유료 정보사이트는 한 달 기본 가입비가 19,000 원이고 정보 건당 이용료가 50 원이다. 한 달 사용 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되게 하려고 할 때, 옳지 않은 정보 이용 건수는?

① 120 건

② 160 건

③ 200 건

④ 220 건

⑤ 240 건

해설

한 달 동안 x 건의 정보를 이용할 때, 사용하는 요금을 식으로 나타내면 $19000 + 50x$ 이다. 한 달 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되기 위해서는 $25000 \leq 19000 + 50x \leq 30000$ 이다.

이를 연립방정식으로 나타내면
$$\begin{cases} 19000 + 50x \geq 25000 \\ 19000 + 50x \leq 30000 \end{cases} \quad \text{이고,}$$

정리하면
$$\begin{cases} x \geq 120 \\ x \leq 220 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 $120 \leq x \leq 220$ 이다.

그러므로, 120 건 이상 220 건 이하로 사용하여야 한다.

4. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

① $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$

② $\frac{10}{3} < x \leq \frac{16}{3}$

③ $\frac{10}{4} < x \leq \frac{16}{3}$

④ $\frac{10}{3} \leq x \leq 4$

⑤ $3 \leq x \leq \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x - 4$ 이다.

이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x - 4)$ 이다.

사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,

$$15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \text{ 이다.}$$

이를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \\ \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \end{cases} \text{ 이고,}$$

$$\text{간단히 하면 } \begin{cases} x \geq \frac{10}{3} \\ x \leq \frac{16}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$ 이다.

5. 다각형의 내각의 합이 450° 이상 600° 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인가?

① 오각형

② 육각형

③ 칠각형

④ 팔각형

⑤ 구각형

해설

$$450^\circ \leq 180^\circ(n-2) \leq 600^\circ$$

$$450^\circ \leq 180^\circ n - 360^\circ \leq 600^\circ$$

$$810^\circ \leq 180^\circ n \leq 960^\circ$$

$$\frac{81}{18} \leq n \leq \frac{96}{18}$$

$$4.5 \leq n \leq 5.333 \dots$$

그러므로 $n = 5$

6. 8% 설탕물 100 g 이 있다. 이 설탕물에서 물을 증발시켜 농도를 15% 이상 20% 이하로 만들려고 한다. 이 때 증발시켜야 하는 물의 양이 아닌 것은?

- ① 45 g ② 48 g ③ 50 g ④ 55 g ⑤ 60 g

해설

8% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은

$$\frac{8}{100} \times 100 = 8(\text{g}) \text{ 이다.}$$

따라서 물 x g 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{8}{100-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하 이므로,

$$15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \text{ 이고,}$$

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \\ \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \geq \frac{140}{3} \\ x \leq 60 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{140}{3} \leq x \leq 60$ 이다.

7. 지수는 이번 기말고사에 국어, 영어, 과학, 수학 4 과목을 시험을 치루었다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점 일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가? (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 88점

해설

$$88 \leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91$$

$$88 \times 4 \leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases}$$

$$\therefore 88 \leq x \leq 100$$

8. 1 개에 700 원 하는 콜라와 1 개에 600 원 하는 사이다를 합해서 20 개를 사려고 한다. 콜라를 사이다 보다 많이 사고 전체 금액이 13,500 원 이하가 되도록 하려고 한다. 콜라를 최소 a 개 살 수 있고, 최대 b 개 살 수 있다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 26$

해설

콜라의 개수를 x 개라고 놓으면 사이다의 개수는 $(20 - x)$ 개이다. 콜라를 사이다 보다 많이 사게 되면 $x > 20 - x$ 이다.

콜라와 사이다를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $700x + 600(20 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 13,500 원 이하가 되어야 하기 때문에 $700x + 600(20 - x) \leq 13500$ 이다.

위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 20 - x \\ 700x + 600(20 - x) \leq 13500 \end{cases} \quad \text{이다.} \quad \text{이를 간단히 하면}$$

$$\begin{cases} x > 10 \\ x \leq 15 \end{cases} \quad \text{이다. 따라서 } 10 < x \leq 15 \text{ 이다. 그러므로 콜라}$$

는 최소로 11 개, 최대로 15 개 살 수 있다. 따라서 $a = 11$, $b = 15$ 이다.

따라서 $a + b = 11 + 15 = 26$ 이다.

9. 10% 의 소금물 250 g 이 있다. 이 소금물에서 물을 x g 만큼 증발시켜서 농도를 25% 이상 50% 이하로 만들려고 한다. 이 때 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $150 \leq x \leq 200$

해설

10% 의 소금물 250 g 의 소금의 양은

$$\frac{10}{100} \times 250 = 25(\text{g}) \text{ 이다.}$$

따라서 물 x g 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{25}{250-x} \times 100$

이다. 이 값이 25% 이상 50% 이하 이므로 $25 \leq \frac{25}{250-x} \times 100 \leq 50$ 이고,

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 25 \leq \frac{25}{250-x} \times 100 \\ \frac{25}{250-x} \times 100 \leq 50 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \geq 150 \\ x \leq 200 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $150 \leq x \leq 200$ 이다.

10. 구슬을 보관함 1상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면?

① 4 상자

② 5 상자

③ 6 상자

④ 7 상자

⑤ 8 상자

해설

보관함 x 상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x + 5)$ 개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x - 1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x - 1) + 2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4$ 이다. 이를 연립부등식으로

$$\text{나타내면 } \begin{cases} 5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \\ 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$$\text{간단히 정리하면 } \begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq 6 \end{cases} \quad \text{이므로 연립부등식의 해는 } 6 \leq x \leq 8$$

이다. 따라서 보관함은 6상자 또는 7상자 또는 8상자가 있다.

11. 백의 자리의 숫자의 2 배와 일의 자리의 숫자의 합은 십의 자리의 숫자보다 작고, 각 자리의 숫자가 모두 자연수인 세 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 392

해설

세 자리 자연수를 $N = 100a + 10b + c$ 라 하면 a, b, c 는 모두 0 보다 크고 10 보다 작은 자연수이고 $b > 2a + c$ 이다. 따라서 $10 > b > 2a + c$ 에서 $10 > 2a + c$, 이때, $c > 0$ 이므로 $a < 5$

1) $a = 4$ 일 때

$$10 > b > 2a + c = 2 \times 4 + c = 8 + c$$

$$c \geq 1 \text{ 이므로 } 10 > b > 8 + c \geq 9$$

그런데 $b > 9$ 일 수 없으므로 $a \neq 4$

2) $a = 3$ 일 때

$$10 > b > 2a + c = 2 \times 3 + c = 6 + c$$

$$c \geq 1 \text{ 이므로 } 10 > b > 6 + c \geq 7$$

$$\therefore b = 8 \text{ 또는 } 9$$

1), 2)에서 N 은 가장 큰 수이므로 $a = 3, b = 9$

$b > 2a + c$ 에서 $9 > 6 + c$, 즉 $c < 3$ 이므로 $c = 2$

따라서 구하는 세 자리의 자연수는 392 이다.

12. 세 자연수의 합이 20 이상 25 이하이고, 세 자연수 중 두 개씩을 골라 합을 구했을 때, 그 비가 $9 : 10 : 5$ 인 세 자연수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 14

해설

세 자연수를 각각 x, y, z 라 하면 세 자연수 중 두 개씩을 골라 합을 구했을 때, 그 비가 $9 : 10 : 5$ 이므로

$$x + y = 9k$$

$$y + z = 10k$$

$$z + x = 5k$$

각 변끼리 더하면 $x + y + z = 12k$

따라서 $x = 2k, y = 7k, z = 3k$

그런데 세 수의 합이 20 이상 25 이하이므로

$$20 \leq x + y + z \leq 25 \text{ 에서 } 20 \leq 12k \leq 25$$

$$\therefore \frac{5}{3} \leq k \leq \frac{25}{12}$$

k 는 자연수이므로 $k = 2$

따라서 $x = 4, y = 14, z = 6$

세 자연수는 4, 6, 14 이다.

13. 90 명이 넘는 사람들이 케이블카를 타려고 한다. 5 명씩 타면 7 명이 남고, 6 명씩 타면 케이블카가 1 개 남는다고 한다. 전체 인원 수를 구하여라.

① 91 명

② 92 명

③ 93 명

④ 94 명

⑤ 95 명

해설

케이블카의 대수를 x 대라고 하면, 전체 인원 수는 $(5x + 7)$ 명이다.

하나의 케이블카에 6 명씩 타면 케이블카가 1 대 남으므로 사람이 타고 있는 케이블카의 수는 $(x - 1)$ 개이고, 그 중 $(x - 2)$ 개는 6 명씩 모두 들어가 있고, 나머지 하나의 케이블카에는 1 명 이상 6 명 이하가 들어가게 된다.

먼저 나머지 하나의 케이블카에 1 명이 들어간 경우를 식으로 표현하면, $6(x - 2) + 1$ 이고,

하나의 케이블카에 6 명이 들어간 경우를 식으로 표현하면, $6(x - 2) + 6$ 이다.

전체 인원 수는 이 두 가지 경우 사이에 존재하므로

$6(x - 2) + 1 \leq 5x + 7 \leq 6(x - 2) + 6$ 이다.

이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 6(x - 2) + 1 \leq 5x + 7 \\ 5x + 7 \leq 6(x - 2) + 6 \end{cases} \quad \text{이고}$$

간단히 하면,
$$\begin{cases} x \leq 18 \\ x \geq 13 \end{cases}$$

그러므로, x 의 범위는 $13 \leq x \leq 18$ 이다.

따라서 케이블카는 13, 14, 15, 16, 17, 18 대가 될 수 있다.

전체 인원 수는 (케이블카의 대수) $\times 5 + 7$ 이므로 72, 77, 82, 87, 92, 97, 102 명이다.

학생수는 90 명이 넘는다고 하였으므로 92, 97 명이 될 수 있다.

14. 6 시에 야구경기가 시작되는 야구장에 야구경기를 보기 위해 사람들이 찾아오고 있다. 5 시부터 표를 팔기 시작하는 데 표 발매 시작 전에 이미 1800 명의 사람들이 줄을 서 있다. 이후에도 계속 매분 20 명이 경기시작 전까지 찾아온다. 야구장에서는 10 곳의 발권창구를 마련하고 있고 1 분당 3 명에게 표를 판매하고 있고 무인발권기 10 대를 운영하고 있다. 야구장을 찾은 관중의 수가 3000 명일 경우 경기 시작 전에 모두에게 표가 발매될 수 있다고 한다. 주말을 맞아 야구장을 찾는 관중의 수가 1000 명 이상 늘어날 것으로 예상된다 할 때 경기시작 전에 모두 입장이 가능하려면 무인발권기를 최소 몇 대 더 설치해야 하는지 구하여라. (단, 무인발권기 한 대당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)



답 :

대



정답 : 9대

해설

전체 관중수가 $1800 + 20 \times 60\text{분} = 3000\text{명}$ 이므로 무인발권기 한 대가 1 분당 발매하는 표의 수를 x 장이라 하면

$$10 \times 60\text{분} \times 3\text{명} + 10 \times 60\text{분} \times x = 3000$$

$$\therefore x = 2$$

추가로 설치할 무인발권기의 수를 y 대라 하면

$$y \times 2 \times 60 \geq 1000$$

$$\therefore y \geq 8.3$$

따라서 최소 9 대의 무인발권기를 추가로 설치해야 한다.

15. 집에서 학교까지의 거리 중 처음 600m 는 3km/h 의 속도로 걸어가고, 나머지 거리는 6km/h 의 속도로 달려가면, 25 분 이상 30 분 이하의 시간이 걸리는 지역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : km²

▷ 정답 : 2.15π km²

해설

거리를 a km 라 하면

$$(\text{처음 600m 를 가는 데 걸린 시간}) = \frac{0.6}{3} = 0.2$$

$$(\text{나머지 거리를 가는 데 걸린 시간}) = \frac{a - 0.6}{6}$$

총 25 분 이상 30 분 이하의 시간이 걸리므로

$$\frac{25}{60} \leq 0.2 + \frac{a - 0.6}{6} \leq \frac{30}{60}$$

$$\therefore 1.9 \leq a \leq 2.4$$

따라서 구하는 넓이는 반지름이 2.4 인 원의 넓이에서 반지름이 1.9 인 원의 넓이를 뺀 것이므로

$$\therefore \pi(2.4)^2 - \pi(1.9)^2 = 5.76\pi - 3.61\pi = 2.15\pi \text{ (km}^2\text{)}$$