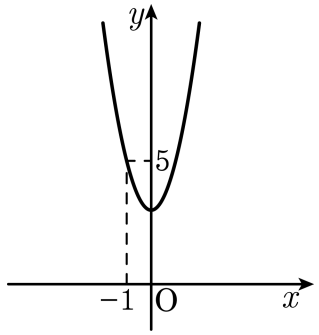


1. 다음 그림은 $y = 2x^2 + q$ 의 그래프이다. q 의 값을 구하여라.



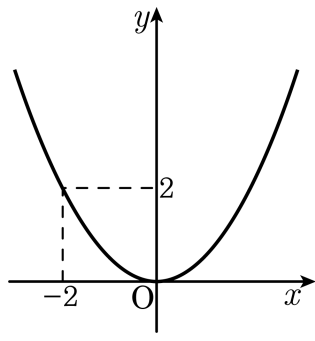
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + q$ 가 점 $(-1, 5)$ 를 지나므로 $5 = 2 \times (-1)^2 + q \therefore q = 3$

2. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = \frac{3}{4}x^2$

④ $y = \frac{3}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

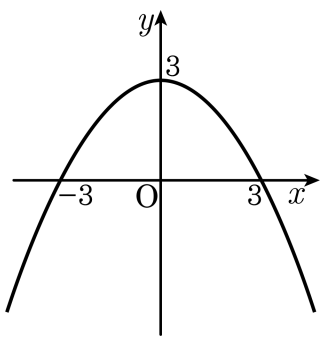
해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a \times (-2)^2, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

3. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



- ① $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$ ② $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ ③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$
④ $y = \frac{1}{3}x^2 + 3$ ⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

$y = ax^2 + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 9a + 3, \quad a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$$

4. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은?

① $y = -2x^2 + 12x - 18$

② $y = 12x^2 - 6x + 9$

③ $y = 2x^2 + 12x - 18$

④ $y = x^2 - 3x + 1$

⑤ $y = -2x^2 - x - 18$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향

으로 3 만큼 평행이동시키면

$$y = -2(x - 3)^2$$

이 식을 전개하면,

$$\therefore y = -2x^2 + 12x - 18$$

5. 이차함수 $y = (x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $3a$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= (x - 1 + 3)^2 + 4 + a \\&= (x + 2)^2 + 4 + a \\&= x^2 + 4x + 8 + a\end{aligned}$$

y 절편이 $8 + a = 3a$ 이므로

$$2a = 8 \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 4$ 이다.

6. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

⑦ $y = 4x^2$

$$\textcircled{\text{L}} \quad y = \frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{2} \quad y = -\frac{1}{16}x^2$$

$$\textcircled{\square} \quad y = 2x^2$$

$$\textcircled{\text{H}} \quad y = \frac{1}{2}x^2$$

▶ 답: 쌍

▶ 정답 : 1쌍

해설

㉠와 ㉡

7. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것은?

- ① 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레의 길이 y
- ② 밑변의 길이가 4, 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y
- ③ 가로가 x , 세로가 10 인 직사각형의 넓이 y
- ④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y
- ⑤ 시간이 x , 속력이 40 일 때의 거리 y

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

- ① $y = 2\pi x$ (일차함수)
- ② $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ (일차함수)
- ③ $y = 10x$ (일차함수)
- ④ $y = x^2$ (이차함수)
- ⑤ $y = 40x$ (일차함수)

8. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8$, $f(1) = b$ 를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8, a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$ 이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

9. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 = 0,$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -8)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$-8 = a \times 2^2$$

$$-8 = 4a$$

$$\therefore a = -2$$

11. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

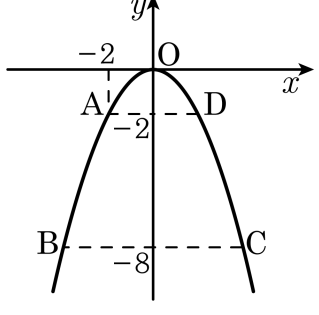
⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2$, $y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.

따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

12. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$-2 = 4a, a = -\frac{1}{2}$ 일 때, $x = \pm 4$

$y = -\frac{1}{2}x^2, y = -8$

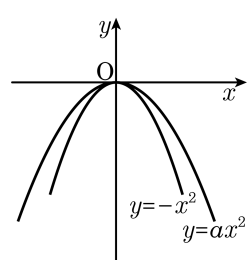
A $(-2, -2)$, B $(-4, -8)$

C $(4, -8)$, D $(2, -2)$

(□ABCD 의 넓이) = $(8 + 4) \times (8 - 2) \times \frac{1}{2} = 36$

13. $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 a 의 값의 범위는 $2m < a < n$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



해설

$$-1 < a < 0 \quad \therefore m = -\frac{1}{2}, n = 0$$

$$\therefore m + n = -\frac{1}{2}$$

14. 이차함수 $y = 3x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ② 아래로 볼록한 그래프이다.
- ③ $y = -3x^2$ 보다 폭이 넓다.
- ④ y 축을 축으로 한다.
- ⑤ $y = -3x^2$ 과 x 축 대칭이다.

해설

③ 3 과 -3 은 절댓값의 크기가 같으므로 폭이 같다.

15. $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하면 점 $(2, m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -7$

해설

$y = -x^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지나므로
 $m = -2^2 - 3 \quad \therefore m = -7$

16. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
 - ④ 위로 볼록한 그래프이다.
 - ⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2 이고 y 좌표는 0 이므로 $(2, 0)$ 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

17. $y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(5, 3)$ 을 지나는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3 - p)^2 + 3$ 이 되고, 점 $(5, 3)$ 을 지나므로
 $3 = 2(5 - 3 - p)^2 + 3$
 $\therefore p = 2$

18. 이차함수 $y = 3(x + 2)^2 - 5$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 (a, b) ,
축을 $x = c$ 라 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = 3(x + 2)^2 - 5$$

꼭짓점 $(-2, -5)$, 축이 $x = -2$ 이므로

$$a = -2, b = -5, c = -2$$

$$\therefore a + b - c = -2 - 5 + 2 = -5$$

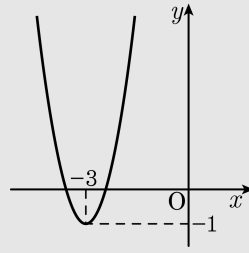
19. 이차함수 $y = 3(x + 3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



20. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -1$

② $x < -2$

③ $x > 2$

④ $x < 1$

⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

21. 이차함수 $y = 3(x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = 3(x - 4)^2 - 2$

② $y = -3(x - 4)^2 - 5$

③ $y = 3(x - 1)^2 - 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 - 2$

⑤ $y = -3(x - 4)^2 + 2$

해설

y 축 방향으로 3만큼 평행이동하면

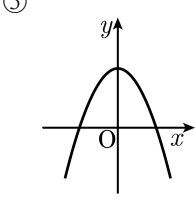
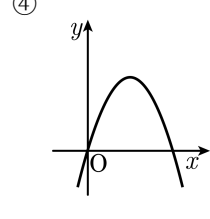
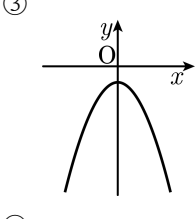
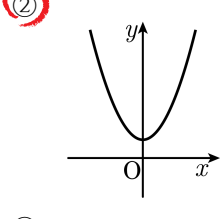
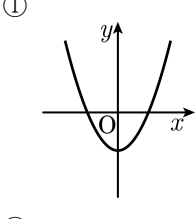
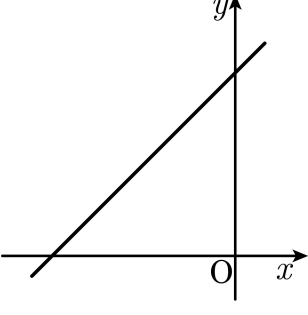
$$y = 3(x - 4)^2 - 5 + 3 = 3(x - 4)^2 - 2$$

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = 3(x - 4)^2 - 2$$

$$y = -3(x - 4)^2 + 2$$

22. 다음 그림은 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 모양은?

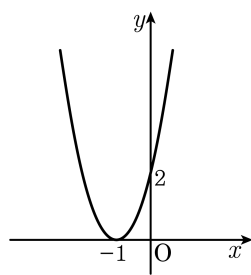


해설

일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기는 양수이고, y 절편도 양수이므로 $a > 0$, $b > 0$ 이다.
따라서 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 y 절편이 양수인 그래프이다.

23. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2$ 이라 할 때, $a + p$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로
 $y = a(x + 1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로
 $2 = a(0 + 1)^2, a = 2$
 $y = 2(x + 1)^2$
 $a = 2, p = -1$
 $\therefore a + p = 2 - 1 = 1$

24. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii) 에 의하여 $a = 1$ 이다.

25. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

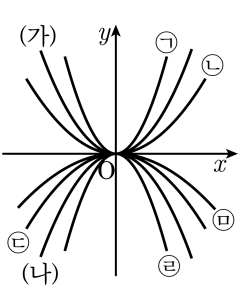
$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

26. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이 고, $y = x^2 \cdots (가)$, $y = -x^2 \cdots (나)$ 이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉣
- ⑤ ㉤



해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡ 이다.

27. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

28. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

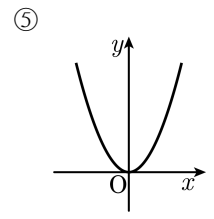
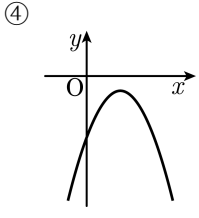
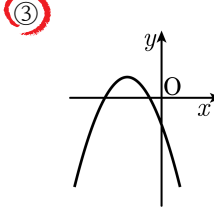
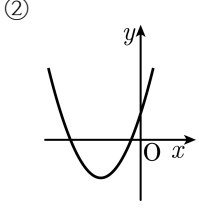
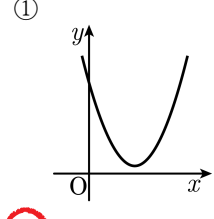
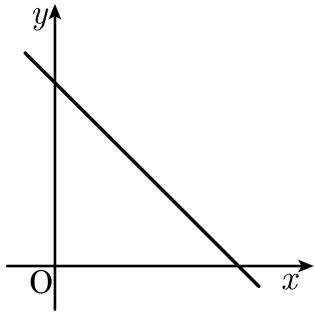
29. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

30. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

31. 이차함수 $f(x) = x^2 - 1$ 에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$ 라 할 때, $f^{2009}(-1)$ 의 값을 구하여라.

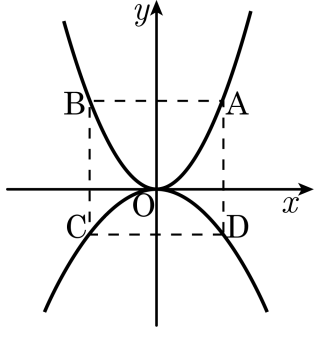
▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

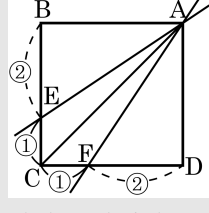
$$\begin{aligned} f^1(-1) &= 0 \\ f^2(-1) &= f(f^1(-1)) = f(0) = -1 \\ f^3(-1) &= f(f^2(-1)) = f(-1) = 0 \\ f^4(-1) &= f(f^3(-1)) = f(0) = -1 \\ &\vdots \\ \therefore f^{2009}(-1) &= 0 \end{aligned}$$

32. 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 정사각형 ABCD에 대하여 점 A를 지나고 정사각형 ABCD의 넓이를 3등분하는 두 개의 직선의 기울기의 곱을 구하면?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A 점의 x 좌표를 구하면

$$2a = \frac{3}{2}a^2, a = \frac{4}{3}$$

$$\therefore A\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{9}\right)$$

정사각형의 넓이는 $(2a)^2 = \frac{64}{9}$ 이므로 넓이가 삼등분되면 각

넓이는

$$\frac{64}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{27} \text{ 에서}$$

$$\frac{64}{27} = \frac{8}{3} \times ② \times \frac{1}{2}$$

$$② = \frac{16}{9}$$

$$\text{직선 AF의 기울기는 } \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}} = \frac{3}{2}$$

마찬가지 방법으로 AE의 기울기를 구하면 $\frac{2}{3}$

$$\therefore \text{두 기울기의 곱은 } \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$

33. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 (1, 2)를 지나고, 이 그래프와 원점에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (-2, 4) 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

원점 대칭하면 $(-p, -q) = (-2, 4)$

$\therefore p = 2, q = -4$

$y = a(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 점 (1, 2)를 지나므로

$2 = a(1 - 2)^2 - 4$

$\therefore a = 6$