

1. 이차방정식 $-(x+4)^2 + 8 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$-(x+4)^2 + 8 = 0$ 에서 $(x+4)^2 = 8$ 이므로

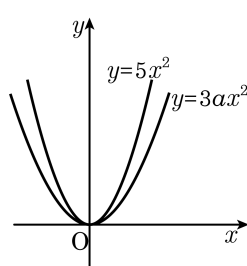
$x+4 = \pm\sqrt{8}, x = -4 \pm 2\sqrt{2}$

따라서 $a = -4 + 2\sqrt{2}, b = -4 - 2\sqrt{2}$

$\therefore a+b = -4 + 2\sqrt{2} - 4 - 2\sqrt{2} = -8$

2. 이차함수 $y = 3ax^2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

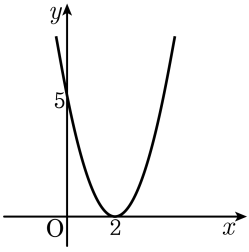
- ① $a > \frac{5}{3}$ ② $0 < a < \frac{5}{3}$
③ $a = \frac{5}{3}$ ④ $0 < a < 1$
⑤ $1 < a < \frac{5}{3}$



해설

$0 < 3a < 5$ 이므로
 $\therefore 0 < a < \frac{5}{3}$

3. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이고, y 절편이 5 인 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2$ 이라 할 때, ap 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이므로

$y = a(x - 2)^2$ 이고, y 절편이 5 이므로

$$5 = a(0 - 2)^2, a = \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}(x - 2)^2$$

$$a = \frac{5}{4}, p = 2$$

$$\therefore ap = \frac{5}{2}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근이 이차방정식 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)(x - 5) = 0$$

$$(x + 2) = 0 \text{ 또는 } (x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 한 근이 5 이므로

$$5^2 - 5a + 40 = 0$$

$$\therefore a = 13$$

5. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

- ① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$ ② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$
③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$ ④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$
⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

6. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 해 중 부등식 $2(4 - x) > x - 2$ 를 만족하는 것을 구하면?

① $x = 2$ ② $x = 3$ ③ $x = 4$ ④ $x = 5$ ⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 2, 5$$

$$2(4 - x) > x - 2$$

$$-3x > -10$$

$$\therefore x < \frac{10}{3}$$

따라서 구하는 값은 $x = 2$ 이다.

7. 이차방정식 $2x^2 - ax - 2a = 0$ 의 한 근이 a 일 때, 두 근의 합을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$x = a$ 를 방정식에 대입하면 $2a^2 - a^2 - 2a = 0$, $a(a - 2) = 0$
 $a > 0$ 이므로 $a = 2$
 $a = 2$ 를 방정식에 대입하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = -1$
따라서 두 근의 합은 1 이다.

8. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근은?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

두 근의 합은 1이다.

$$3x^2 - 5x + a = 0 \text{에 } x = 1 \text{을 대입하면}$$

$$3 - 5 + a = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0, (x - 1)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

9. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $3 + \sqrt{5}$ 일 때, ab 의 값으로 옳은 것은? (a, b 는 유리수)

① 24 ② -24 ③ 12 ④ -12 ⑤ 10

해설

a, b 가 모두 유리수이므로 $3 + \sqrt{5}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{5}$ 도 근이다.

근과 계수와의 관계에서

두 근의 합은 $a = (3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 6$

두 근의 곱은 $b = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$

$\therefore ab = 24$

10. 연속하는 두 자연수의 각각의 제곱의 합이 113일 때, 이 두 자연수의 합은?

① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

해설

연속하는 두 자연수를 x , $x + 1$ 라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 113$$

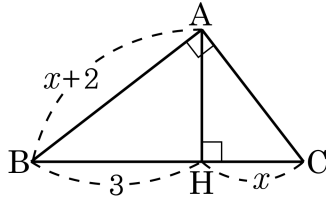
$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x - 7)(x + 8) = 0$$

$$\therefore x = 7 (\because x > 0)$$

따라서 두 자연수는 7, 8 이므로 $7 + 8 = 15$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 점 H 는 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이다. 이 때, x 의 값은?

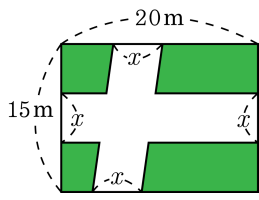


- ① 1 ② 2 ③ $\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$
 ④ $\frac{-1 + \sqrt{21}}{4}$ ⑤ $\frac{1 + \sqrt{21}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} (x+2)^2 &= 3(3+x) \\ x^2 + 4x + 4 &= 9 + 3x \\ x^2 + x - 5 &= 0 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-5)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \\ \therefore x &= \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m인 직사각형 모양의 화단에 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 화단의 넓이가 150m^2 일 때, 길의 폭을 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 5 m

해설

도로의 폭을 $x\text{m}$ 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(20 - x)\text{m}$, 세로의 길이가 $(15 - x)\text{m}$ 인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(20 - x)(15 - x) = 150$$

$$x^2 - 35x + 150 = 0$$

$$(x - 5)(x - 30) = 0$$

$$\therefore x = 5\text{m}(\because 0 < x < 15)$$

13. 다음 중 이차함수 $y = ax^2$ ($a < 0$) 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 는 감소한다.
- ⑤ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

해설

- ④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 도 증가한다.

14. 포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 , 꼭짓점의 좌표가 $(1,-4)$ 인 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?
- ① $\frac{3}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 꼭짓점의 좌표가 $(1,-4)$ 인 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 - 4$ 이므로 $a = -\frac{1}{2}, p = 1, q = -4$ 이고, $a + p + q = -\frac{1}{2} + 1 + (-4) = -\frac{7}{2}$ 이다.

15. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -1$

② $x < -2$

③ $x > 2$

④ $x < 1$

⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

16. 이차함수 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2, 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은
 $-y = a(-x+2)^2$
 $(-2, 4)$ 를 대입하면
 $-4 = 16a$
 $\therefore a = -\frac{1}{4}$

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

18. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 두 점 $(k, 0)$, $(-3, 0)$ 에서 x 축과 만날 때, k 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과

만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 $k = 1$ 이다.

19. 다음 함수의 그래프 중에서 제1 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = -2x^2 + 3$

③ $y = (x - 2)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

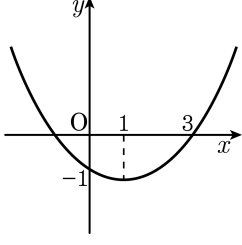
⑤ $y = -(x + 1)^2 - 3$

해설

⑤ $y = -(x + 1)^2 - 3 = -x^2 - 2x - 4$ 는 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

꼭짓점의 좌표 $(-1, -3)$ 는 제 3 사분면 위에 있고, y 절편이 $(0, -4)$ 이므로 제 1, 2 사분면을 지나지 않는다.

20. 다음 그림과 같은 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + q$

두 점 $(3, 0)$, $(0, -1)$ 을 지나므로

$$0 = 4a + q \cdots \textcircled{A}$$

$$-1 = a + q \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 를 연립하여 풀면

$$a = \frac{1}{3}, q = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}(x - 1)^2 - \frac{4}{3}$$

$$\therefore a + p + q = \frac{1}{3} + 1 - \frac{4}{3} = 0$$

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 8 일 때, a , b , c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = -4$

▷ 정답 : $c = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+3)(x-1) \\ &= a(x^2+2x-3) \\ &= a(x+1)^2-4a \\ -4a &= 8 \text{ 이므로 } a = -2 \\ y &= -2(x^2+2x-3) \\ &= -2x^2-4x+6 \\ \therefore b &= -4, c = 6 \end{aligned}$$

22. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x + k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$$

따라서 m 의 최댓값 4이다.

23. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,
 $y = x(26 - x)$
 $= -x^2 + 26x$
 $= -(x - 13)^2 + 169$
 $x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.
 $26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

24. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채
꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{15}{2}$ m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$ m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

25. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 v m 로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 x 와 y 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답 : m/s

▷ 정답 : 50 m/s

해설

$$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x - 1)^2 + \frac{v}{10} + 20$$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10} + 20$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} + 20 = 25$ 이므로 $v = 50$ 이다.
따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

26. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

27. 이차방정식 $x^2-3x+k-10=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2=15$ 이다. 이때, 근과 계수의 관계를 이용하여 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = k - 10$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2(k - 10) = 15$$

$$\therefore k = 7$$

28. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?
- ① 12월 3일 ② 12월 4일 ③ 12월 5일
- ④ 12월 6일 ⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면
 $(x-1)^2 = x + (x+1)$
 $x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 4$ (일)
따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.

29. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이고 x 절편은 3 이다. $a + b = -2$ 를 만족할 때, $2a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \text{ 의 그래프가 } x = 1$$

인 직선에 대해 대칭이면

$$\text{꼭짓점의 } x \text{ 좌표가 } 1 \text{ 이므로 } -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$b = -2a \cdots \textcircled{A}$$

$$a + b = -2 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에 의하여 } a = 2, b = -4$$

$$\text{또한 } x \text{ 절편이 } 3 \text{ 이므로 } 9a + 3b + c = 0$$

$$\therefore c = -6$$

$$\text{따라서 } 2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6 \text{ 이다.}$$

30. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에

대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을

구하면?

- ① $-6\sqrt{3}$
- ② $-7\sqrt{3}$
- ③ $-8\sqrt{3}$
- ④ $-9\sqrt{3}$
- ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $P(a,b)$ 라고 하면 $b > 0$ 이므로 $(\triangle POA \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
따라서 $b = 24$ 이다.
 $P(a,24)$ 인 a 의 값을 구하면
(i) $a < 0$ 일 때
 $y = x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$
(ii) $a \geq 0$ 일 때
 $y = 3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$
(i), (ii) 에서 $P(-2\sqrt{6},24)$ 또는 $P(2\sqrt{2},24)$ 이다.
따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
 $-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

31. 다음을 만족하는 실수 x 를 구하여라.

$$x = 3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2}{2 - \dots}}}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

$$x = 3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2}{2 - \dots}}}}} \text{에서}$$

$$x = 3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{x}} = 3 - \frac{2}{\frac{2x-1}{x}} \\ = 3 - \frac{2x}{2x-1} = \frac{4x-3}{2x-1}$$

$$x(2x-1) = 4x-3$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\therefore x = 1, \frac{3}{2}$$

32. A 공장에서 만드는 B 제품의 재료인 C 라는 제품은 구매량이 일정 비율을 늘어날수록 개당 가격이 일정 비율로 떨어진다. C 제품의 구매량을 $x\%$ 늘리면 개당 가격은 $\frac{3x}{2}\%$ 만큼 떨어진다고 할 때, 전체 구매금액을 6.5% 감소시키기 위해서는 구매량을 몇 % 늘려야 하는지 구하여라. (단, $x > 0$)

▶ 답: %

▷ 정답 : 10%

해설

처음 구매량을 a 개, 개당 가격을 b 원이라고 하면

구매량을 $x\%$ 늘린 구매량은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 개, 개당 가격은

$$b \left(1 - \frac{\frac{3x}{2}}{100} \right) \text{ 개이다.}$$

따라서, 구매량을 $x\%$ 늘린 후의 구매금액은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right)b\left(1 - \frac{\frac{3x}{2}}{100}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{3x}{200}\right) ab \text{ (원) 이다.}$$

이때, 구매금액이 6.5 % 감소해야 하므로

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{3x}{200}\right) ab = \frac{93.5}{100} ab$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{3x}{200}\right) = \frac{93.5}{100}$$

$$3x^2 + 100x - 1300 = 0$$

$$(x - 10)(3x + 130) = 0$$

$$(x - 10)(x + 10)$$

따라서 구매량을 10% 늘려야 한다.

33. 가을 전어철을 맞아 전어의 어획량은 매일 현재 어획량의 10% 씩 늘어나고, 마리당 판매 가격은 매일 현재 가격의 5% 씩 줄어들고 있다. 며칠 후에 전어를 한꺼번에 팔아야 최대의 수입을 얻을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 5 일

해설

현재의 전어의 양과 가격을 각각 m 마리, p 원 라고 할 때, x 일 후의 전어의 양과 가격은 각각

$$m\left(1 + \frac{1}{10}x\right) \text{ 마리}, p\left(1 - \frac{1}{20}x\right) \text{ 원 이다.}$$

이때, x 일 후의 수입을 y 원이라고 하면

$$\begin{aligned} y &= mp\left(1 + \frac{1}{10}x\right)\left(1 - \frac{1}{20}x\right) \\ &= mp\left(1 + \frac{1}{20}x - \frac{1}{200}x^2\right) \\ &= -\frac{mp}{200}(x^2 - 10x - 200) \\ &= -\frac{mp}{200}(x - 5)^2 + \frac{9}{8}mp \end{aligned}$$

따라서 $x = 5$ 일 때, y 는 최댓값을 가지므로 5 일 후에 팔면 최대의 수입을 얻을 수 있다.