1. $\log_3(\log_4 x) = 1$일 때, x의 값은?

① 3 ② 4 ③ 12 ④ 27 ⑤ 64

해설

$\log_3(\log_4 x) = 1$ 에서 $\log_4 x = 3$
$\therefore x = 4^3 = 64$

2. $\log_4 2 + \log_8 4 - \log_{16} 8$의 값은?

① $-\frac{1}{12}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$\log_{2^2} 2 + \log_{2^3} 2^2 - \log_{2^4} 2^3$

$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{6+8-9}{12}$

$= \frac{5}{12}$

3. 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?

① $9^{\log_9 4}$ ② $\log_{\sqrt{5}} 25$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{16}$ ④ $\log_{\frac{1}{3}} 81$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$

해설

① $9^{\log_9 4} = 4$

② $\log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^2 = \dfrac{2}{1} \log_5 5 = 4$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{16} = \log_{2^{-1}} 2^{-4} = \dfrac{-4}{-1} \log_2 2 = 4$

④ $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{3^{-1}} 3^4 = \dfrac{4}{-1} \log_3 3 = -4$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$

$= \dfrac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} \cdot \dfrac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} \cdot \dfrac{\log_{10} 16}{\log_{10} 5}$

$= \dfrac{\log_{10} 16}{\log_{10} 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4$

$= 4 \log_2 2 = 4$

4. 상용로그 $\log 6.3$은 0.80이고, $a = \log 6300$, $\log b = -1.20$일 때, $a + 10b$의 값은?

① 3.80 ② 4.04 ③ 4.28 ④ 4.32 ⑤ 4.43

해설

$a = \log 6300 = \log(1000 \times 6.3) = 3 + \log 6.3 = 3.80$이고
$\log b = -1.20 = -2 + 0.80 = \log 0.01 + \log 6.3$
$= \log 0.063$ 이므로 $b = 0.063$
$\therefore a + 10b = 3.80 + 0.63 = 4.43$

5. $\log_{10} 2 = a,\ \log_{10} 3 = b$일 때, $\log_{10} 12$를 $a,\ b$로 나타내면?

① $2ab$　② a^2b　③ $2a + b$

④ $a^2 + b$　⑤ $a + 2b$

해설

$\log_{10} 12 = \log_{10} (3 \times 2^2)$
$= \log_{10} 3 + \log_{10} 2^2$
$= \log_{10} 3 + 2\log_{10} 2$
$= b + 2a$

6. 상용로그 $\log x$의 정수 부분은 3이고, $\log x$와 $\log x^2$의 소수 부분의 합은 1이다. 이때, $\log x^3$의 값은?

① 9 또는 10 ② 10 또는 11 ③ 11 또는 12

④ 12 또는 13 ⑤ 13 또는 14

해설

$\log x = 3 + \alpha (0 \le \alpha < 1)$로 놓으면

$\log x^2 = 2\log x = 6 + 2\alpha (0 \le 2\alpha < 2)$이므로

(i) $0 \le \alpha < \frac{1}{2}$ 일 때,

$\log x^2$의 소수 부분은 2α이므로

$\alpha + 2\alpha = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{1}{3}$

(ii) $\frac{1}{2} \le \alpha < 1$일 때,

$\log x^2$의 소수 부분은 $2\alpha - 1$이므로

$\alpha + (2\alpha - 1) = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{2}{3}$

(i),(ii)에서 $\alpha = \frac{1}{3}$ 또는 $\alpha = \frac{2}{3}$이므로

$\log x^3 = 3\log x = 9 + 3\alpha$의 값은 10또는 11이다.

7. $\log_{(x+2)} 3$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $x < 1$ ② $x > -1$

③ $-2 < x < -1,\ x > -1$ ④ $-2 < x < 1$

⑤ $-2 < x < -1, x > 1$

해설

$x + 2 \neq 1,\ x + 2 > 0$ 으로부터 $-2 < x < -1,\ x > -1$

8. $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2}$ 의 값을 구하면?

① 0 ② −1 ③ 1 ④ −2 ⑤ 2

해설

로그의 성질에 의하여
$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$ 이므로

$$\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2} = \log_2 \left(6 \div \frac{3}{2}\right)$$
$$= \log_2 \left(6 \times \frac{2}{3}\right) = 2$$

9. 양수A에 대하여 $\log A = -2.341$일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

① 정수 부분 : -1, 소수 부분 : 0.659

② 정수 부분 : -2, 소수 부분 : 0.341

③ 정수 부분 : -2, 소수 부분 : 0.659

④ 정수 부분 : -3, 소수 부분 : 0.341

⑤ 정수 부분 : -3, 소수 부분 : 0.659

해설

$-2.341 = -2 - 0.341 = (-2 - 1) + (1 - 0.341)$
$= -3 + 0.659$
따라서 정수 부분은 -3, 소수 부분은 0.659이다.

10. $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$일 때, 12^{30}은 몇 자리 수인가?

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 12^{30} &= 30\log(2^2 \times 3)\\ &= 30(2\log_{10} 2 + \log_{10} 3)\\ &= 30(2\times 0.3010 + 0.4771)\\ &= 32.3730 = 32 + 0.3730\end{aligned}$$

$\log_{10} 12^{30}$의 지표가 32이므로
12^{30}은 33자리 정수이다.

11. $\log x$의 정수 부분이 4이고 $\log x$의 소수 부분과 $\log \sqrt[3]{x}$의 소수 부분이 같을 때 x의 값은? (단, $\log x$의 소수 부분은 0이 아니다.)

① $10^{4.1}$ ② $10^{4.2}$ ③ $10^{4.3}$ ④ $10^{4.4}$ ⑤ $10^{4.5}$

해설

$\log x$의 정수 부분이 4이고
$\log x$의 소수 부분이 0이 아니므로
$4 < \log x < 5 \cdots$㉠
$\log x$와 $\log \sqrt[3]{x}$의 소수 부분이 같으므로
$\log x - \log \sqrt[3]{x}$는 정수이어야 한다.

$$\log x - \log \sqrt[3]{x} = \log x - \frac{1}{3}\log x = \frac{2}{3}\log x \text{(정수)}$$

㉠에 의하여

$$\frac{8}{3} < \frac{2}{3}\log x < \frac{10}{3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{2}{3}\log x = 3, \quad \log x = \frac{9}{2}$$

$$\therefore x = 10^{\frac{9}{2}} = 10^{4.5}$$

12. 이차방정식 $3x^2 + 5x - a = 0$의 두 근이 $\log A$의 정수 부분과 소수 부분일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② $-\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

해설

$\log A$의 정수 부분과 소수 부분을 각각 n, $\alpha(0 \le \alpha < 1)$라 하면 $3x^2 + 5x - a = 0$에서 근과 계수의 관계에 의하여

$n + \alpha = -\frac{5}{3}$, $n\alpha = -\frac{a}{3}$

$n + \alpha = -\frac{5}{3} = -2 + \frac{1}{3}$ $\therefore n = -2$, $\alpha = \frac{1}{3}$

$n\alpha = -\frac{a}{3}$에서 $-2 \times \frac{1}{3} = -\frac{a}{3}$ $\therefore a = 2$

13. 수소 이온 농도는 용액 1L 속에 존재하는 수소 이온의 그램이온수의 역수의 상용로그를 취하여 구하고, 기호 pH로 나타낸다.

즉, $\mathrm{pH} = \log \dfrac{1}{[\mathrm{H}^+]}$ ($[\mathrm{H}^+]$는 수소 이온의 그램이온수)이다. 두 용액 A, B의 수소 이온 농도가 각각 4, 6이고 수소 이온의 그램이온수가 각각 a, b일 때, $\dfrac{a}{b}$의 값은?

① $\dfrac{1}{100}$ ② $\dfrac{1}{10}$ ③ 1 ④ 10 ⑤ 100

해설

$4 = \log \dfrac{1}{a}$에서 $\dfrac{1}{a} = 10^4 \quad \therefore\ a = 10^{-4}$

$6 = \log \dfrac{1}{b}$에서 $\dfrac{1}{b} = 10^6 \quad \therefore\ b = 10^{-6}$

$\therefore \dfrac{a}{b} = \dfrac{10^{-4}}{10^{-6}} = 10^{-4-(-6)} = 10^2 = 100$

14. $3^{\log_3 \frac{4}{7}+\log_3 7}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$3^{\log_3 \frac{4}{7}+\log_3 7} = 3^{\log_3 4} = 4$

15. $\log_8 0.25 = x$를 만족하는 x의 값은?

① 1 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

$\log_8 0.25 = x$에서 $8^x = 0.25$

$(2^3)^x = \frac{1}{4}$ $\therefore\ 2^{3x} = 2^{-2}$

$\therefore\ 3x = -2$

$\therefore\ x = -\frac{2}{3}$

16. $\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3}$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ $\log_2 5$ ⑤ $\log_2 6$

해설

$$\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3} = \log_2 \frac{5\sqrt{3} \times \frac{24}{5}}{3\sqrt{3}}$$

$$= \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$$

17. $a > 0,\ a \neq 1$이고 $x > 0,\ y > 0$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\log_a a = 1$

② $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

③ $\log_a (x - y) = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$

④ $\log_a x^y = y \log_a x$

⑤ $\log_a 5 \cdot \log_5 a = 1$

해설

③ $\log_a (x - y) \neq \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$

⑤ $\log_a 5 \cdot \log_5 a = \log_a 5 \cdot \dfrac{1}{\log_a 5} = 1$

18. $\log_3 2 = a$, $\log_3 5 = b$라고 할 때, $\log_8 125$를 a, b로 나타내면?

① $1 - 2b$ ② $2b - a$ ③ $a - b$

④ $\dfrac{b}{a}$ ⑤ $\dfrac{a}{b}$

해설

$\log_3 2 = a \quad \log_3 5 = b$

$\log_8 125 = \log_{2^3} 5^3 = \log_2 5$

$= \dfrac{\log_3 5}{\log_3 2} = \dfrac{b}{a}$

19. $\log_3 10$의 소수부분을 α라 할 때, 3^{α}의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{100}{9}$ ⑤ $\frac{100}{3}$

해설

$\log_3 10 = 2 + \alpha$ $(0 \le \alpha < 1)$이므로 $\alpha = \log_3 10 - 2 = \log_3 \frac{10}{9}$이 된다.

따라서 $3^{\alpha} = 3^{\log_3 \frac{10}{9}} = \frac{10}{9}$이다.

20. $\log_2 x = 5.2$ 일 때, $\log \dfrac{1}{x}$ 의 소수 부분은 ? (단, $\log 2 = 0.30$)

① 0.32 ② 0.36 ③ 0.40 ④ 0.44 ⑤ 0.48

해설

$\log_2 x = 5.2$ 이므로 $\dfrac{\log x}{\log 2} = 5.2, \log x = 1.56$

$\log \dfrac{1}{x} = -\log x = -1.56 = -2 + 0.44$

$\therefore \log \dfrac{1}{x}$ 의 소수 부분은 0.44