

1. $\log_3(\log_4 x) = 1$ 일 때, x 의 값은?

① 3

② 4

③ 12

④ 27

⑤ 64

해설

$\log_3(\log_4 x) = 1$ 에서 $\log_4 x = 3$
 $\therefore x = 4^3 = 64$

2. $\log_4 2 + \log_8 4 - \log_{16} 8$ 의 값은?

① $-\frac{1}{12}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{12}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$$\begin{aligned} & \log_{2^2} 2 + \log_{2^3} 2^2 - \log_{2^4} 2^3 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{6+8-9}{12} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

3. 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?

① $9^{\log_9 4}$

② $\log_{\sqrt{5}} 25$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16}$

④ $\log_{\frac{1}{3}} 81$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$

해설

① $9^{\log_9 4} = 4$

② $\log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^2 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_5 5 = 4$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = \log_{2^{-1}} 2^{-4} = \frac{-4}{-1} \log_2 2 = 4$

④ $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{3^{-1}} 3^4 = \frac{4}{-1} \log_3 3 = -4$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$
 $= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} \cdot \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} \cdot \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 5}$
 $= \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4$
 $= 4 \log_2 2 = 4$

4. 상용로그 $\log 6.3$ 은 0.80 이고, $a = \log 6300$, $\log b = -1.20$ 일 때, $a + 10b$ 의 값은?

① 3.80 ② 4.04 ③ 4.28 ④ 4.32 ⑤ 4.43

해설

$a = \log 6300 = \log(1000 \times 6.3) = 3 + \log 6.3 = 3.80$ 이고
 $\log b = -1.20 = -2 + 0.80 = \log 0.01 + \log 6.3$
 $= \log 0.063$ 이므로 $b = 0.063$
 $\therefore a + 10b = 3.80 + 0.63 = 4.43$

5. $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$ 일 때, $\log_{10} 12$ 를 a , b 로 나타내면?

① $2ab$

② a^2b

③ $2a + b$

④ $a^2 + b$

⑤ $a + 2b$

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 12 &= \log_{10} (3 \times 2^2) \\ &= \log_{10} 3 + \log_{10} 2^2 \\ &= \log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 \\ &= b + 2a\end{aligned}$$

6. 상용로그 $\log x$ 의 정수 부분은 3이고, $\log x$ 와 $\log x^2$ 의 소수 부분의 합은 1이다. 이때, $\log x^3$ 의 값은?

- ① 9 또는 10 ② 10 또는 11 ③ 11 또는 12
④ 12 또는 13 ⑤ 13 또는 14

해설

$\log x = 3 + \alpha (0 \leq \alpha < 1)$ 로 놓으면
 $\log x^2 = 2 \log x = 6 + 2\alpha (0 \leq 2\alpha < 2)$ 이므로
(i) $0 \leq \alpha < \frac{1}{2}$ 일 때,
 $\log x^2$ 의 소수 부분은 2α 이므로
 $\alpha + 2\alpha = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{1}{3}$
(ii) $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ 일 때,
 $\log x^2$ 의 소수 부분은 $2\alpha - 1$ 이므로
 $\alpha + (2\alpha - 1) = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{2}{3}$
(i), (ii)에서 $\alpha = \frac{1}{3}$ 또는 $\alpha = \frac{2}{3}$ 이므로
 $\log x^3 = 3 \log x = 9 + 3\alpha$ 의 값은 10 또는 11이다.

7. $\log_{(x+2)} 3$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $x < 1$

② $x > -1$

③ $-2 < x < -1, x > -1$

④ $-2 < x < 1$

⑤ $-2 < x < -1, x > 1$

해설

$x + 2 \neq 1, x + 2 > 0$ 으로부터 $-2 < x < -1, x > -1$

8. $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

로그의 성질에 의하여
 $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$ 이므로
$$\begin{aligned}\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2} &= \log_2 \left(6 \div \frac{3}{2} \right) \\ &= \log_2 \left(6 \times \frac{2}{3} \right) = 2\end{aligned}$$

9. 양수 A 에 대하여 $\log A = -2.341$ 일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

- ① 정수 부분 : -1 , 소수 부분 : 0.659
- ② 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.341
- ③ 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.659
- ④ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.341
- ⑤ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.659

해설

$$\begin{aligned} -2.341 &= -2 - 0.341 = (-2 - 1) + (1 - 0.341) \\ &= -3 + 0.659 \end{aligned}$$

따라서 정수 부분은 -3 , 소수 부분은 0.659 이다.

10. $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ 일 때, 12^{30} 은 몇 자리 수인가?

① 31

② 32

③ 33

④ 34

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 12^{30} &= 30 \log(2^2 \times 3) \\ &= 30(2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3) \\ &= 30(2 \times 0.3010 + 0.4771) \\ &= 32.3730 = 32 + 0.3730\end{aligned}$$

$\log_{10} 12^{30}$ 의 지표가 32이므로
 12^{30} 은 33자리 정수이다.

11. $\log x$ 의 정수 부분이 4이고 $\log x$ 의 소수 부분과 $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분이 같을 때 x 의 값은? (단, $\log x$ 의 소수 부분은 0이 아니다.)

① $10^{4.1}$ ② $10^{4.2}$ ③ $10^{4.3}$ ④ $10^{4.4}$ ⑤ $10^{4.5}$

해설

$\log x$ 의 정수 부분이 4이고
 $\log x$ 의 소수 부분이 0이 아니므로
 $4 < \log x < 5 \cdots \text{㉠}$
 $\log x$ 와 $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분이 같으므로
 $\log x - \log \sqrt[3]{x}$ 는 정수이어야 한다.
 $\log x - \log \sqrt[3]{x} = \log x - \frac{1}{3} \log x = \frac{2}{3} \log x$ (정수)
㉠에 의하여
 $\frac{8}{3} < \frac{2}{3} \log x < \frac{10}{3}$ 이므로
 $\frac{2}{3} \log x = 3, \log x = \frac{9}{2}$
 $\therefore x = 10^{\frac{9}{2}} = 10^{4.5}$

12. 이차방정식 $3x^2 + 5x - a = 0$ 의 두 근이 $\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

해설

$\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분을 각각 $n, \alpha (0 \leq \alpha < 1)$ 라 하면
 $3x^2 + 5x - a = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$n + \alpha = -\frac{5}{3}, \quad n\alpha = -\frac{a}{3}$$

$$n + \alpha = -\frac{5}{3} = -2 + \frac{1}{3} \quad \therefore n = -2, \quad \alpha = \frac{1}{3}$$

$$n\alpha = -\frac{a}{3} \text{에서 } -2 \times \frac{1}{3} = -\frac{a}{3} \quad \therefore a = 2$$

13. 수소 이온 농도는 용액 1L 속에 존재하는 수소 이온의 그램이온수의 역수의 상용로그를 취하여 구하고, 기호 pH로 나타낸다.

즉, $\text{pH} = \log \frac{1}{[\text{H}^+]}$ ($[\text{H}^+]$ 는 수소 이온의 그램이온수)이다. 두 용액

A, B의 수소 이온 농도가 각각 4, 6이고 수소 이온의 그램이온수가 각각 a , b 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{100}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ 1 ④ 10 ⑤ 100

해설

$$4 = \log \frac{1}{a} \text{에서 } \frac{1}{a} = 10^4 \quad \therefore a = 10^{-4}$$

$$6 = \log \frac{1}{b} \text{에서 } \frac{1}{b} = 10^6 \quad \therefore b = 10^{-6}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{10^{-4}}{10^{-6}} = 10^{-4-(-6)} = 10^2 = 100$$

14. $3^{\log_3 \frac{4}{7} + \log_3 7}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$3^{\log_3 \frac{4}{7} + \log_3 7} = 3^{\log_3 4} = 4$$

15. $\log_8 0.25 = x$ 를 만족하는 x 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

$$\log_8 0.25 = x \text{ 에서 } 8^x = 0.25$$

$$(2^3)^x = \frac{1}{4} \quad \therefore 2^{3x} = 2^{-2}$$

$$\therefore 3x = -2$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3}$$

16. $\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ $\log_2 5$

⑤ $\log_2 6$

해설

$$\begin{aligned}\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3} &= \log_2 \frac{5\sqrt{3} \times \frac{24}{5}}{3\sqrt{3}} \\ &= \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3\end{aligned}$$

17. $a > 0$, $a \neq 1$ 이고 $x > 0$, $y > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\log_a a = 1$

② $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

③ $\log_a(x - y) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

④ $\log_a x^y = y \log_a x$

⑤ $\log_a 5 \cdot \log_5 a = 1$

해설

③ $\log_a(x - y) \neq \frac{\log_a x}{\log_a y}$

⑤ $\log_a 5 \cdot \log_5 a = \log_a 5 \cdot \frac{1}{\log_a 5} = 1$

18. $\log_3 2 = a$, $\log_3 5 = b$ 라고 할 때, $\log_8 125$ 를 a , b 로 나타내면?

① $1 - 2b$

② $2b - a$

③ $a - b$

④ $\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{a}{b}$

해설

$$\log_3 2 = a \quad \log_3 5 = b$$

$$\log_8 125 = \log_{2^3} 5^3 = \log_2 5$$

$$= \frac{\log_3 5}{\log_3 2} = \frac{b}{a}$$

19. $\log_3 10$ 의 소수부분을 α 라 할 때, 3^α 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{100}{9}$ ⑤ $\frac{100}{3}$

해설

$\log_3 10 = 2 + \alpha$ ($0 \leq \alpha < 1$) 이므로 $\alpha = \log_3 10 - 2 = \log_3 \frac{10}{9}$ 이 된다.

따라서 $3^\alpha = 3^{\log_3 \frac{10}{9}} = \frac{10}{9}$ 이다.

20. $\log_2 x = 5.2$ 일 때, $\log \frac{1}{x}$ 의 소수 부분은 ? (단, $\log 2 = 0.30$)

- ① 0.32 ② 0.36 ③ 0.40 ④ 0.44 ⑤ 0.48

해설

$$\log_2 x = 5.2 \text{ 이므로 } \frac{\log x}{\log 2} = 5.2, \log x = 1.56$$

$$\log \frac{1}{x} = -\log x = -1.56 = -2 + 0.44$$

$$\therefore \log \frac{1}{x} \text{ 의 소수 부분은 } 0.44$$