1. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x-y-3+k(x+y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x-y-3+k(x+y)=0$ 에서

$(k+1)x+(k-1)y-3=0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$f(k)=\frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2+(k-1)^2}}$

$=\frac{3}{\sqrt{2(k^2+1)}}$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때

최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$k=0$ 일 때 $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

2. $\triangle ABC$ 의 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각 $P(3,\ 4)$, $Q(4,\ -1)$, $R(6,\ 1)$ 이라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 18　② 24　③ 30　④ 32　⑤ 36

해설

$A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$ 로 놓으면
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점은 각각
$P(3, 4)$, $Q(4, -1)$, $R(6,\ 1)$ 이므로
이것을 풀면, $x_1 = 5,\ x_2 = 1,\ x_3 = 7$
$y_1 = 6,\ y_2 = 2,\ y_3 = -4$
$\therefore \triangle ABC =$
$\frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
$= \frac{1}{2}|5(2 + 4) + (-4 - 6) + 7(6 - 2)|$
$= 24$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이는 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의
중점을 이어 만든 $\triangle PQR$ 의 넓이의
4 배임을 이용한다.