

1. 이차방정식 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

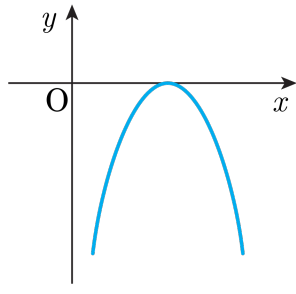
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b + c + d$$

$$= -1 - \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5} + \frac{-1 + \sqrt{7}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{7}}{2}$$

$$= -3$$

2. 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-a)^2 - q$ 의 그래프가 지나는 사분면을 구하여라.

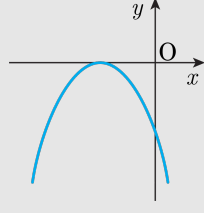


▶ 답 :

▷ 정답 : 제1, 2 사분면

해설

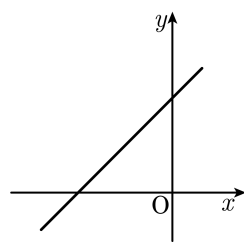
이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 는 위로 볼록하고, 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 x 축 위에 있고 x 값이 양수일 양수이므로 $a < 0, p < 0, q = 0$ 이다.
 $y = p(x-a)^2 - q$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y = p(x-a)^2 - q$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

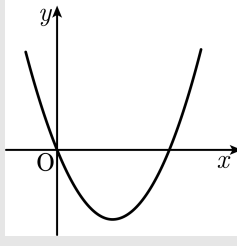
- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면

⑤ 제 4 사분면



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



4. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $\sqrt{p^2+1} + \sqrt{q^2+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{23+2\sqrt{26}}$

해설

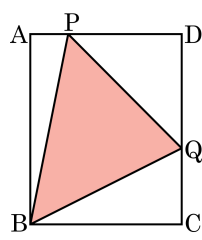
$$p+q=5, pq=2$$

$$p^2+q^2=(p+q)^2-2pq=25-4=21$$

$$\begin{aligned}\therefore (\sqrt{p^2+1} + \sqrt{q^2+1})^2 &= p^2+1+q^2+1+2\sqrt{(p^2+1)(q^2+1)} \\ &= p^2+q^2+2+2\sqrt{(pq)^2+(p^2+q^2)+1} \\ &= 21+2+2\sqrt{2^2+21+1} \\ &= 23+2\sqrt{26}\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{p^2+1} + \sqrt{q^2+1} = \sqrt{23+2\sqrt{26}}$$

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 선분 AD 위에 있고, 점 Q 는 선분 CD 위에 있다. 삼각형 ABP, PDQ, BCQ 의 넓이가 각각 2.5, 4.5, 4 일 때, 삼각형 PBQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{AD} = x$, $\overline{AB} = y$ 라 하면

$$\triangle ABP = \frac{1}{2}y \times \overline{AP} = 2.5 \quad \therefore \overline{AP} = \frac{5}{y}$$

$$\triangle BCQ = \frac{1}{2}x \times \overline{QC} = 4 \quad \therefore \overline{QC} = \frac{8}{x}$$

$$\text{따라서 } \triangle PQD = \frac{1}{2} \left(x - \frac{5}{y} \right) \left(y - \frac{8}{x} \right) = 4.5$$

$$\left(\frac{xy - 5}{y} \right) \left(\frac{xy - 8}{x} \right) = 9$$

$$(xy - 5)(xy - 8) = 9xy$$

$$(xy)^2 - 22xy + 40 = 0$$

$$(xy - 2)(xy - 20) = 0$$

$$\therefore xy = 2 \text{ 또는 } xy = 20$$

그런데 $xy > 11$ 이므로 $xy = 20$

$$\therefore \triangle PBQ = 20 - 11 = 9$$