

1. 두 점 A(-3, 1) , B(2, 5) 사이의 거리는?

① 5

② $4\sqrt{2}$

③ 6

④ $\sqrt{41}$

⑤ $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

2. 두 점 A(-4, -3), B(11, 9) 에 대하여 선분 AB 를 1 : 2 로 내분하는 점의 좌표는?

- ① (1, 1) ② $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ③ (3, 3)
④ $\left(\frac{7}{5}, \frac{5}{2}\right)$ ⑤ (6, 5)

해설

$\overline{AB}$ 를 1 : 2 로 내분하는 점을 (x,y)라 하면

$$x = \frac{11 - 8}{1 + 2} = 1, y = \frac{9 - 6}{1 + 2} = 1$$

∴ (1, 1)

3. 두 점(3, 2), (3,10)을 지나는 직선의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = 3$

③ $x = 10$

④ $y = 3$

⑤ $y = 10$

해설

두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

i) $x_1 \neq x_2$ 일 때, $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

ii) $x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$

두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

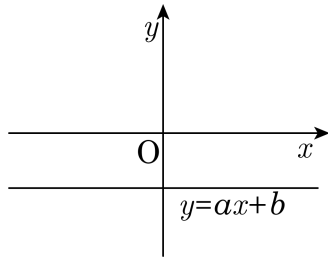
$x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$ 이므로

두 점 (3, 2), (3,10)을 지나는 직선의 방정식은

$\therefore x = 3$

4. 다음 그림과 같이 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축에 평행인 직선일 때, $y = bx + a - 2$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면을 모두 고르면?

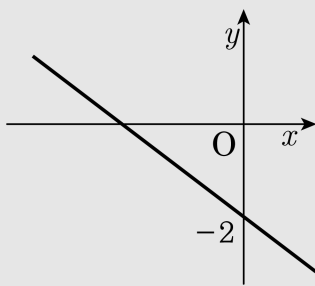
- ㉠ 제1사분면 ㉡ 제2사분면
㉢ 제3사분면 ㉣ 제4사분면



- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣, ㉣

해설

주어진 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축과 평행하면서 x 축 아래쪽에 놓여 있으므로 $a = 0$, $b < 0$ 이다.
이 때, $y = bx + a - 2$ 에서
가울기: $b < 0$, y 절편: $a - 2 = -2 < 0$ 이므로
직선 $y = bx + a - 2$ 의 그래프는
다음 그림과 같다.
따라서 이 직선의 그래프가 반드시 지나는
사분면은 제 2, 3, 4사분면이다.



5. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $C(a, b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a + b + r$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 &= 0 \\(x - 1)^2 + (y + 2)^2 &= -1 + 1 + 4 \\(x - 1)^2 + (y + 2)^2 &= 2^2 \text{ 이므로} \\ \therefore C(1, -2), r = 2 &\quad \therefore a + b + r = 1\end{aligned}$$

6. 직선 $x+2y+3=0$ 과 수직이고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x-y-4=0$

② $x-2y-4=0$

③ $2x-3y-4=0$

④ $3x-y-4=0$

⑤ $3x-2y-4=0$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ 에 수직이므로, 기울기는 } 2$$

$(2, 0)$ 을 지나므로,

$$\Rightarrow y = 2(x-2)$$

$$\Rightarrow y = 2x-4$$

7. 원점에서의 거리가 1 이고, 점 (1, 2)를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

점 (1, 2)를 지나는 직선은
 $y = m(x - 1) + 2$ 에서,
 $mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
여기서 (0, 0)에 이르는 거리가 1 이므로
 $\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$
양변을 제곱하여 정리하면, $m = \frac{3}{4}$
 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면, $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$
 $3x - 4y + 5 = 0$
 $\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$

8. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

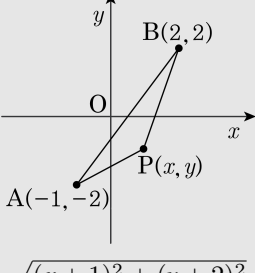
점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,
 $(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2$
 $= 2[(x-5)^2 + (y-3)^2]$
 $2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$
 $= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$
 $18x + 18y - 54 = 0$
 $\Rightarrow x + y - 3 = 0$
 $\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$

9. x, y 가 실수일 때, $\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}$ 의 최솟값은?

- ① 3
- ② $3\sqrt{2}$
- ③ 5
- ④ $4\sqrt{2}$
- ⑤ 6

해설

다음 그림에서



$\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}$
 $= \overline{AP} + \overline{BP} \geq \overline{AB}$
 $= \sqrt{(2+1)^2+(2+2)^2} = 5$ 이므로
구하는 최솟값은 5이다.

10. 세 점 A(4, 6), B(2, 0), C(6, -2)에 대하여 사각형 ABCD가 평행 사변형이 되게 하는 점 D의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\overline{AC}$ 의 중점의 좌표는 (5, 2)

$\overline{BD}$ 의 중점의 좌표는 $\left(\frac{2+a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 이다.

평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 중점은 일치해야 하므로

$$\frac{2+a}{2} = 5, \frac{b}{2} = 2$$

$$\therefore a = 8, b = 4$$

$$\therefore a + b = 12$$

11. 세 점 $A(-1, -4)$, $B(3, -3)$, $C(7, 1)$ 과 좌표평면 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은?

① 46 ② 45 ③ 44 ④ 43 ⑤ 42

해설

점 P 를 $P(x, y)$ 라고 하면

$$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$$

$$= \{(x+1)^2 + (y+4)^2\}$$

$$+ \{(x-3)^2 + (y+3)^2\}$$

$$+ \{(x-7)^2 + (y-1)^2\}$$

$$= x^2 + 2x + 1 + y^2 + 8y + 16 + x^2 - 6x + 9$$

$$+ y^2 + 6y + 9 + x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1$$

$$= 3x^2 - 18x + 3y^2 + 12y + 85$$

$$= 3(x^2 - 6x + 9) + 3(y^2 + 4y + 4) + 46$$

$$= 3(x-3)^2 + 3(y+2)^2 + 46$$

따라서 $x=3$, $y=-2$ 일 때,

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은 46 이다.

12. 세 점 A (2, 3), B(-1, 5), C(4, a) 이 일직선 위에 있을 때, a 의 값은?

- ① -1 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

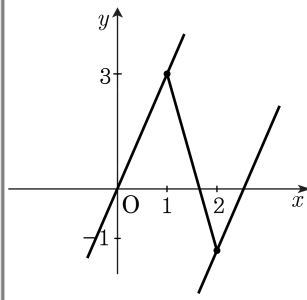
세 점이 일직선 위에 있기 위해서는
직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로
 $\frac{3-5}{2+1} = \frac{a-5}{4+1}$ 에서
 $\therefore a = \frac{5}{3}$

13. 직선 $3x - y + k = 0$ 이 두 점 $(1, 3)$, $(2, -1)$ 을 잇는 선분과 만나도록 k 값의 범위를 정하면?

- ① $-6 \leq k \leq 0$ ② $-7 \leq k \leq 0$ ③ $-6 \leq k \leq 1$
④ $-7 \leq k \leq 1$ ⑤ $-5 \leq k \leq 1$

해설

다음 그림에서와 같이 $y = 3x + k$ 가 조건을 만족하기 위해서는
i) $(1, 3)$ 에서 만날 때, $3 = 3 + k$
 $\therefore k = 0$
ii) $(2, -1)$ 에서 만날 때, $-1 = 6 + k$
 $\therefore k = -7$
 $\therefore -7 \leq k \leq 0$



14. 두 점 A(1, 0), B(4, 0) 에서의 거리의 비가 2 : 1 이 되도록 움직이는 점 P 의 자취는 원이다. 이 원의 둘레의 길이는?

① 2π ② $2\sqrt{3}\pi$ ③ 4π ④ $2\sqrt{5}\pi$ ⑤ 8π

해설

점 P 의 자취는 점 A, B 의 내분점, 외분점을
지름의 양끝으로 하는 원과 같다.

$$\Rightarrow \text{내분점은 } \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, 0 \right) = (3, 0)$$

$$\Rightarrow \text{외분점은 } \left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, 0 \right) = (7, 0)$$

$\therefore$ 중심은 (5, 0) 이고, 반지름은 2 인 원

$$\Rightarrow \text{둘레의 길이는 } 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

15. 두 원 $x^2 + y^2 = 11$, $(x - 5)^2 + y^2 = 16$ 의 공통현의 길이는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{11}$ ③ 5 ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

두 원 $x^2 + y^2 = 11$ 과 $(x - 5)^2 + y^2 = 16$ 의 공통현의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 11) - (x^2 - 10x + y^2 + 9) = 0$$

$$10x - 20 = 0 \quad \therefore x = 2$$

원 $x^2 + y^2 = 11$ 의 중심 $(0, 0)$ 과 공통현 $x = 2$ 사이의 거리가 2이고,

반지름의 길이가 $\sqrt{11}$ 이므로 공통현의 길이는

$$2 \times \sqrt{(\sqrt{11})^2 - 2^2} = 2\sqrt{7}$$

