

1. 두 점 A(-3, 1), B(2, 5) 사이의 거리는?

① 5

② $4\sqrt{2}$

③ 6

④ $\sqrt{41}$

⑤ $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

2. 두 점 A(-4, -3), B(11, 9)에 대하여 선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는?

① (1, 1)

② $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

③ (3, 3)

④ $\left(\frac{7}{5}, \frac{5}{2}\right)$

⑤ (6, 5)

해설

\overline{AB} 를 1 : 2로 내분하는 점을 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{11 - 8}{1 + 2} = 1, y = \frac{9 - 6}{1 + 2} = 1$$

$$\therefore (1, 1)$$

3. 두 점(3, 2), (3, 10)을 지나는 직선의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = 3$

③ $x = 10$

④ $y = 3$

⑤ $y = 10$

해설

두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

i) $x_1 \neq x_2$ 일 때, $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

ii) $x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$

두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

$x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$ 이므로

두 점(3, 2), (3, 10)을 지나는 직선의 방정식은

$\therefore x = 3$

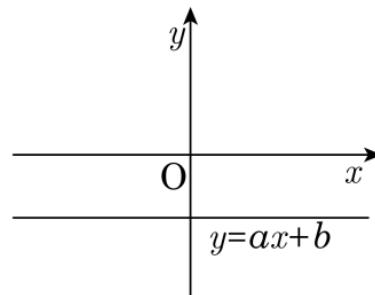
4. 다음 그림과 같이 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축에 평행인 직선일 때,
 $y = bx + a - 2$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면을 모두 고르면?

Ⓐ 제1사분면

Ⓑ 제2사분면

Ⓒ 제3사분면

Ⓓ 제4사분면



① Ⓐ, Ⓑ

② Ⓒ, Ⓓ

③ Ⓐ, Ⓑ, Ⓓ

④ Ⓐ, Ⓓ, Ⓕ

⑤ Ⓑ, Ⓒ, Ⓕ

해설

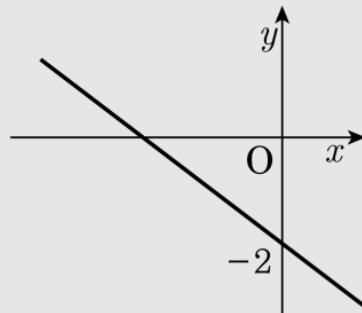
주어진 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가
 x 축과 평행하면서 x 축 아래쪽에
놓여 있으므로 $a = 0$, $b < 0$ 이다.

이 때, $y = bx + a - 2$ 에서

기울기: $b < 0$, y 절편: $a - 2 = -2 < 0$ 이므로
직선 $y = bx + a - 2$ 의 그래프는

다음 그림과 같다.

따라서 이 직선의 그래프가 반드시 지나는
사분면은 제 2, 3, 4사분면이다.



5. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $C(a, b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a + b + r$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -1 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore C(1, -2), r = 2 \quad \therefore a + b + r = 1$$

6. 직선 $x + 2y + 3 = 0$ 과 수직이고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 4 = 0$

② $x - 2y - 4 = 0$

③ $2x - 3y - 4 = 0$

④ $3x - y - 4 = 0$

⑤ $3x - 2y - 4 = 0$

해설

$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ 에 수직이므로, 기울기는 2

$(2, 0)$ 을 지나므로,

$$\Rightarrow y = 2(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = 2x - 4$$

7. 원점에서의 거리가 1이고, 점 $(1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(1, 2)$ 를 지나는 직선은

$$y = m(x - 1) + 2 \text{에서},$$

$$mx - y - m + 2 = 0 \cdots ⑦$$

여기서 $(0, 0)$ 에 이르는 거리가 1이므로

$$\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\text{양변을 제곱하여 정리하면, } m = \frac{3}{4}$$

$$\text{⑦에 대입하여 정리하면, } \frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$$

$$3x - 4y + 5 = 0$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$$

8. 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, -3)$, $C(5, 3)$ 에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P 의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P 의 좌표를 (x, y) 라 하면

주어진 조건에서,

$$(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2$$

$$= 2\{(x-5)^2 + (y-3)^2\}$$

$$2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$$

$$= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$$

$$18x + 18y - 54 = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 3 = 0$$

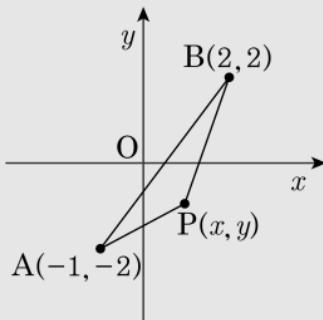
$$\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$$

9. x, y 가 실수일 때, $\sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2}$ 의 최솟값은?

- ① 3 ② $3\sqrt{2}$ ③ 5 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

해설

다음 그림에서



$$\begin{aligned}& \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} \\&= \overline{AP} + \overline{BP} \geq \overline{AB} \\&= \sqrt{(2+1)^2 + (2+2)^2} = 5 \text{이므로} \\&\text{구하는 최솟값은 } 5 \text{이다.}\end{aligned}$$

10. 세 점 $A(4, 6)$, $B(2, 0)$, $C(6, -2)$ 에 대하여 사각형 $ABCD$ 가 평행사변형이 되게 하는 점 D 의 좌표가 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

\overline{AC} 의 중점의 좌표는 $(5, 2)$

\overline{BD} 의 중점의 좌표는 $\left(\frac{2+a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 이다.

평행사변형의 성질에 의하여 \overline{AC} 와 \overline{BD} 의 중점은 일치해야 하므로

$$\frac{2+a}{2} = 5, \frac{b}{2} = 2$$

$$\therefore a = 8, b = 4$$

$$\therefore a + b = 12$$

11. 세 점 $A(-1, -4)$, $B(3, -3)$, $C(7, 1)$ 과 좌표평면 위의 점 P 에 대하여
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은?

① 46

② 45

③ 44

④ 43

⑤ 42

해설

점 P 를 $P(x, y)$ 라고 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 &= \{(x+1)^2 + (y+4)^2\} \\ &\quad + \{(x-3)^2 + (y+3)^2\} \\ &\quad + \{(x-7)^2 + (y-1)^2\} \\ &= x^2 + 2x + 1 + y^2 + 8y + 16 + x^2 - 6x + 9 \\ &\quad + y^2 + 6y + 9 + x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1 \\ &= 3x^2 - 18x + 3y^2 + 12y + 85 \\ &= 3(x^2 - 6x + 9) + 3(y^2 + 4y + 4) + 46 \\ &= 3(x-3)^2 + 3(y+2)^2 + 46\end{aligned}$$

따라서 $x = 3$, $y = -2$ 일 때,

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은 46 이다.

12. 세 점 A (2, 3), B(-1, 5), C(4, a)이 일직선 위에 있을 때, a의 값은?

- ① -1 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

세 점이 일직선 위에 있기 위해서는
직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-5}{2+1} = \frac{a-5}{4+1} \text{에서}$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}$$

13. 직선 $3x - y + k = 0$ 이 두 점 $(1, 3)$, $(2, -1)$ 을 잇는 선분과 만나도록 k 값의 범위를 정하면?

① $-6 \leq k \leq 0$

② $-7 \leq k \leq 0$

③ $-6 \leq k \leq 1$

④ $-7 \leq k \leq 1$

⑤ $-5 \leq k \leq 1$

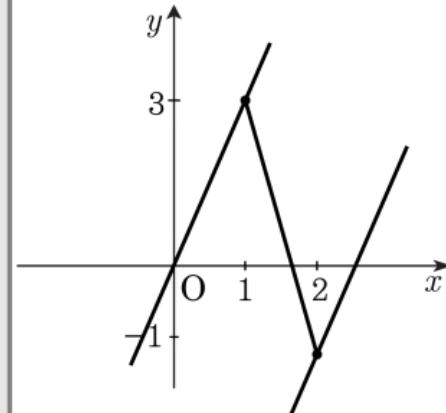
해설

다음 그림에서와 같이 $y = 3x + k$ 가 조건을 만족하기 위해서는
i) $(1, 3)$ 에서 만날 때, $3 = 3 + k$

$$\therefore k = 0$$

ii) $(2, -1)$ 에서 만날 때, $-1 = 6 + k$
 $\therefore k = -7$

$$\therefore -7 \leq k \leq 0$$



14. 두 점 A(1, 0), B(4, 0)에서의 거리의 비가 2 : 1이 되도록 움직이는 점 P의 자취는 원이다. 이 원의 둘레의 길이는?

① 2π

② $2\sqrt{3}\pi$

③ 4π

④ $2\sqrt{5}\pi$

⑤ 8π

해설

점 P의 자취는 점 A, B의 내분점, 외분점을
지름의 양끝으로 하는 원과 같다.

$$\Rightarrow \text{내분점은 } \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, 0 \right) = (3, 0)$$

$$\Rightarrow \text{외분점은 } \left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, 0 \right) = (7, 0)$$

\therefore 중심은 (5, 0)이고, 반지름은 2인 원

$$\Rightarrow \text{둘레의 길이는 } 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

15. 두 원 $x^2 + y^2 = 11$, $(x - 5)^2 + y^2 = 16$ 의 공통현의 길이는?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{11}$

③ 5

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

두 원 $x^2 + y^2 = 11$ 과 $(x - 5)^2 + y^2 = 16$

의 공통현의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 11) - (x^2 - 10x + y^2 + 9) = 0$$

$$10x - 20 = 0 \quad \therefore x = 2$$

원 $x^2 + y^2 = 11$ 의 중심 $(0, 0)$ 과 공통현

$x = 2$ 사이의 거리가 2이고,

반지름의 길이가 $\sqrt{11}$ 이므로 공통현의 길이는

$$2 \times \sqrt{(\sqrt{11})^2 - 2^2} = 2\sqrt{7}$$

