

1. 다음 안을 알맞게 채워라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 성립하기 위한 조건은 이다.

다

음 중 알맞은 것을 고르면?

- ① $\frac{a}{c} < 0$
- ② $b > 0$
- ③ $a \neq 0$
- ④ $ab > 0$
- ⑤ $a > 0$

해설

$a = 0$ 이면 $y = 0 \times x^2 + bx + c$ 로 곧 일차함수 $y = bx + c$ 가 된다.

2. 다음 중 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
- ① 아래로 볼록한 포물선이다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$ 이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = -2$
 - ④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
 - ⑤ $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는 $y = 2(x - 2)^2$ 이다.

3. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x + 1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

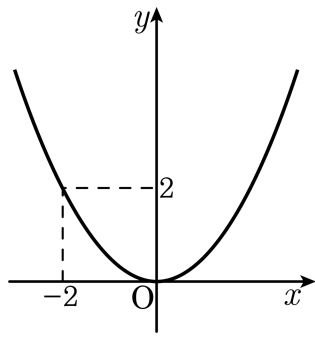
④ $y = -3(x - 2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

4. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = \frac{3}{4}x^2$

④ $y = \frac{3}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

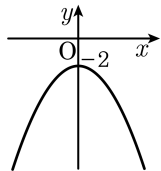
$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a \times (-2)^2, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

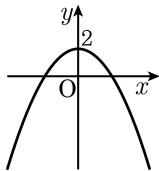
따라서 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

5. 다음 중 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2$ 의 그래프는?

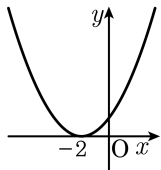
①



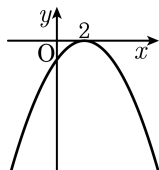
②



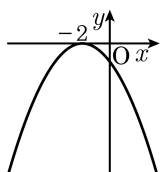
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 (0, 2) 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하였을 때 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① (0, 2) ② (0, -2) ③ (2, 0)
④ (-2, 0) ⑤ (0, 0)

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은

$$y = a(x - 2)^2$$

꼭짓점의 좌표 : (2, 0)

7. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$

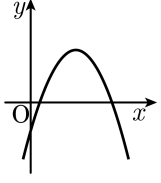
⑤ $y = x^2$

해설

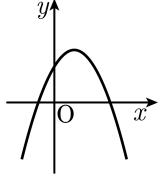
$y = 2x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -2x^2$ 이다.

8. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프로 적당한 것은?

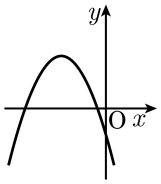
①



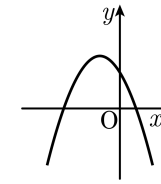
②



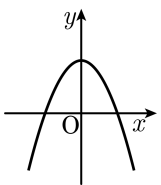
③



④



⑤



해설

x^2 의 계수가 음수이므로 위로 볼록하고, y 절편은 1 이며, 꼭짓 점은 $(-1, 3)$ 으로 제 2 사분면 위에 있다.

9. 다음 중 꼭짓점의 좌표 $(2, -6)$, 대칭축의 방정식 $x = 2$, y 축과의 교점의 좌표 $(0, -10)$ 인 이차함수는?

① $y = x^2 - 2x - 3$

② $y = x^2 - 4x + 5$

③ $y = -x^2 - 2x + 3$

④ $y = -x^2 + 4x - 10$

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x - 2)^2 - 6$ 에 $(0, -10)$ 을 대입한다.

$$a = -1$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x - 10$$

10. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

11. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = x^2$ 의 그래프가 된다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 5

해설

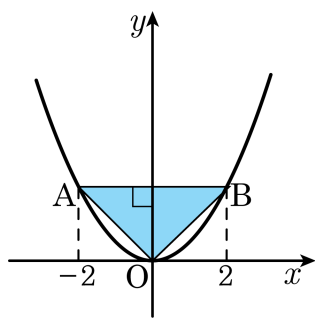
$$y = x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

꼭짓점은 $(-2, -3)$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

12. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,
 $x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

13. 세 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$, $(-2, 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$

② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$

④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$c = -6$, $4a + 2b + c = 0$, $4a - 2b + c = 4$

$a = 2$, $b = -1$, $c = -6$

$\therefore y = 2x^2 - x - 6$

14. x 축과의 교점의 x 좌표가 각각 $-2, 3$ 이고, 한 점 $(0, 6)$ 을 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$(-2, 0), (3, 0)$ 을 지나므로

$y = a(x + 2)(x - 3)$ 이라 하고 $(0, 6)$ 을 대입하면

$6 = -6a, a = -1$

$y = -(x + 2)(x - 3) = -x^2 + x + 6$

$a = -1, b = 1, c = 6$

$\therefore a + b + c = 6$

15. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 4k$ 의 최댓값이 5 일 때, 상수 k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

① 7

② 5

③ 1

④ 9

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2kx + 4k \\ &= -(x^2 - 2kx + k^2 - k^2) + 4k \\ &= -(x - k)^2 + (k^2 + 4k) \end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } k^2 + 4k = 5, k^2 + 4k - 5 = 0$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = -5 \text{ 에서 } k > 0 \text{ 이므로 } k = 1$$

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

17. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

18. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$$\therefore \text{제 1 사분면}$$

19. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

- ① 1 초, 3 초 ② 2 초, 4 초 ③ 2 초, 6 초
④ 3 초, 6 초 ⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은
 $y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x - 2)^2 + 80$ 이므로
 $x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80
따라서 2 초 후이다.
지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.
 $0 = -5x^2 + 20x + 60$
 $-5(x^2 - 4x - 12) = 0$
 $-5(x - 6)(x + 2) = 0$
그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$
즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.