

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

2. 이차방정식 $(x+3)^2-6=0$ 을 풀면?

- ① $x = 3 \pm \sqrt{6}$ ② $x = 3 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -3 \pm \sqrt{6}$
④ $x = -3 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)^2-6 &= 0, \quad (x+3)^2 = 6 \\ x+3 &= \pm\sqrt{6} \\ \therefore x &= -3 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

3. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

$(2x+3):(x-3)=x:4$
 $x^2-3x=4(2x+3), x^2-3x=8x+12$
 $x^2-11x-12=0, (x+1)(x-12)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=12$
따라서 $a+b=11$ 이다.

4. 두 이차방정식 $2x^2 - 7x - 4 = 0$, $2x^2 - 5x - 12 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2x^2 - 7x - 4 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 동시에 만족하는 x 의 값은 4 이다.

5. 이차방정식 $ax^2 - 2x - 5 = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - a(-5)}}{a} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 5a}}{a} = \frac{1 \pm \sqrt{b}}{5} \\ a &= 5, 1 + 5a = 1 + 25 = 26 = b \\ \therefore a + b &= 5 + 26 = 31 \end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하였을 때, 이 함수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x-1)^2 - 3$$

따라서 $x = 1$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖는다.

7. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

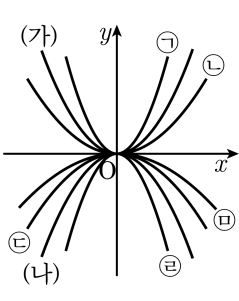
$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

8. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이 고, $y = x^2 \cdots (가)$, $y = -x^2 \cdots (나)$ 이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?

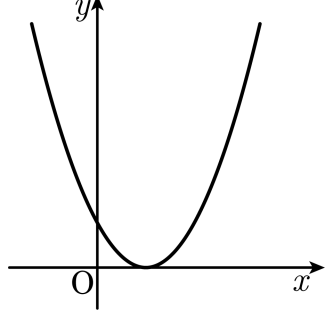
- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉣
- ⑤ ㉤



해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡ 이다.

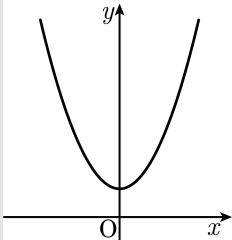
9. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



- ① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면
 ③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.
 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
 따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



10. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$\therefore$ 제 1 사분면

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 -5 보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\&= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a\end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

$$i) a = -\frac{3}{8} \text{ 대입 :}$$

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

$$ii) a = 3 \text{ 대입 : } -12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$$

따라서 $a = 3$ 이다.

12. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 p, q 일 때, 이차방정식 $\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0$ 의 두 근을 각각 p, q 에 관한 식으로 나타내어라.
(단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-p$

▷ 정답 : $-q$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } p + q = -\frac{b}{a}, pq = \frac{c}{a}$$

$$\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0 \text{ 의 양변에 } c \text{를 곱하면}$$

$$x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + (p + q)x + pq = 0$$

$$(x + p)(x + q) = 0$$

$$\therefore x = -p \text{ 또는 } x = -q$$

$$\text{따라서 } \frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0 \text{의 두 근은 } -p \text{와 } -q \text{이다.}$$

13. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 35km 를 왕복하는데 12시간 걸린다면 35km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▶ 정답 : 5시간

해설

올라갈 때 속력 : x km/h

내려올 때 속력 : $(x + 2)\text{km/h}$ 라고 하면

$$\frac{35}{x} + \frac{35}{x+2} = 12$$

양변에 $x(x+2)$ 를 곱하면

$$35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$$

$$\begin{aligned} 35(x+2) + 35x &= 12x \\ 70x + 70 &= 12x^2 + 24x \end{aligned}$$

$$12x^2 - 46x - 70 = 0$$

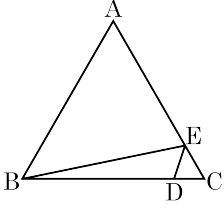
$$(x - 5)(12x + 14) = 0$$

$$(x - 5)(12x + 14) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 5 \text{ (km/h)}$
 (1) 내려 올 때 속력) $x + 2 = 7 \text{ (km/h)}$

(내려올 때 속력)
 $\therefore \frac{35}{7} = 5$ (시간)

14. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6 인 정삼각형에서 $\angle BED = 60^\circ$, $\overline{CD} = 1$ 일 때, 선분 AE의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AE} > 3$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{3}$

해설

$\triangle ABE \sim \triangle CED$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{AB} : \overline{CE} = \overline{AE} : \overline{CD}$$

$\overline{AE} = x$ 라 놓으면

$$6 : (6 - x) = x : 1$$

$$\therefore 6x - x^2 = 6, x^2 - 6x + 6 = 0$$

$$\therefore x = 3 + \sqrt{3} (\because x > 3)$$

15. 이차함수 $y = (x - 5)^2$, $y = (x + 3)^2$ 의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B 라 하자. 두 개의 이차함수의 꼭짓점의 좌표를 P, Q 라 할 때, $\frac{AB}{PQ}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의 꼭짓점 사이의 거리의 2 배와 같다.

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = 2$$