1. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx + m$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = -x^2 + 2mx + m = -(x - m)^2 + (m^2 + m)$ 에서
위로 볼록이므로 최댓값은 $m^2 + m$

$M = m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

$\therefore M$ 의 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

2. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$
$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$
따라서 m 의 최댓값은 1 이다.

3. 이차함수 $y = 2x^2 + 4ax - 4a$ 의 최솟값을 m이라고 할 때, m의 최댓값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y = 2x^2 + 4ax - 4a = 2(x + a)^2 - 2a^2 - 4a$
$\therefore m = -2a^2 - 4a = -2(a + 1)^2 + 2$
따라서 m의 최댓값은 2 이다.

4. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax - 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$y = -x^2 + 2ax + 6a = -(x-a)^2 + a^2 + 6a$
$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$
따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

5. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$
$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$
따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$

$= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$

$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$

7. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
㉡ y 절편은 3 이다.
㉢ x 절편은 두 개이다.
㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
㉤ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉡,㉤ ④ ㉢,㉣ ⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$을 지나므로
$-4 = c$
$-1 = a + b + c$
$8 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.
따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는
$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

8. 세 점 $(0,\ -6)$, $(2,\ 0)$, $(-2,\ 4)$를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$　② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$　④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

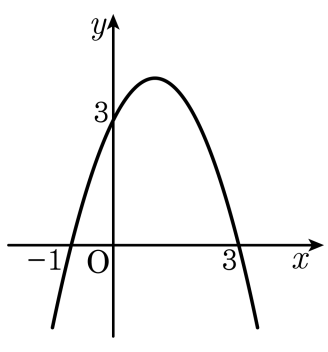
$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$c = -6,\ 4a + 2b + c = 0,\ 4a - 2b + c = 4$

$a = 2,\ b = -1,\ c = -6$

$\therefore\ y = 2x^2 - x - 6$

9. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $(1, k)$가 이 그래프 위의 점일 때, k의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$에 세 점 $(-1, 0), (0, 3), (3, 0)$을 각각 대입하여 a, b, c를 구하면

$a = -1, b = 2, c = 3$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$

$(1, k)$를 대입하면 $k = 4$이다.

10. 세 점 $(-2,14),(0,6),(1,-4)$를 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x=-2$ ② $x=-1$ ③ $x=0$

④ $x=1$ ⑤ $x=2$

해설

$y=ax^2+bx+c$라 하자.
세 점 $(-2,14),(0,6),(1,-4)$를 각각 대입하면
$4a-2b+c=14, c=6, a+b+c=-4$
$\therefore a=-2, b=-8, c=6$
$\therefore y=-2x^2-8x+6=-2(x+2)^2+14$

11. 세 점 $(-1,\ -5)$, $(0,\ 5)$, $(2,\ 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$ 일 때, $p-q$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ -5 ④ -1 ⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라고 놓으면
$(-1,-5)$를 지나므로 $-5=a-b+5$
$(0,5)$를 지나므로 $5=c$
$(2,13)$ 을 지나므로 $13=4a+2b+5$
$\therefore a=-2,\ b=8,\ c=5$
따라서 주어진 이차함수의 식은
$y=-2x^2+8x+5=-2(x-2)^2+13$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 13)$ 이므로
$p-q=-11$ 이다.

12. 세 점 $(0,\ 6)$, $(-1,\ 0)$, $(1,\ 8)$을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 2x^2 - 4x + 6$
② $y = 2x^2 + 4x + 6$
③ $y = -2x^2 - 4x + 6$
④ $y = -2x^2 + 4x + 6$
⑤ $y = -2x^2 + 4x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하면,
$(0,\ 6)$을 지나므로 $c = 6$
$(-1,\ 0)$을 대입하면 $0 = a - b + 6$,$a - b = -6$
$(1,\ 8)$을 대입하면 $8 = a + b + 6$,$a + b = 2$
$\therefore\ a = -2,\ b = 4,\ c = 6$
$\therefore\ y = -2x^2 + 4x + 6$

13. 세 점 $(-4,\ 0),\ (2,\ 0),\ (0,\ 4)$를 지나는 포물선의 식으로 옳은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ ② $y = -x^2 - 2x + 4$

③ $y = -2x^2 + 4x + 1$ ④ $y = -2x^2 - 4x + 5$

⑤ $y = -3x^2 + 5x + 1$

해설

$(-4,\ 0),\ (2,\ 0)$ 을 지나므로 $y = a(x+4)(x-2)$

$(0,\ 4)$ 를 대입하면 $4 = -8a$,$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}(x+4)(x-2) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x+k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

최솟값 $m = -k^2 + 4k = -(k-2)^2 + 4$

따라서 m 의 최댓값 4 이다.

15. 이차함수 $y = x^2+2ax+a-3$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{11}{4}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - 3$
$= (x+a)^2 - a^2 + a - 3$

최솟값 $M = -a^2 + a - 3$
$= -(a^2 - a) - 3$
$= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} - 3$
$= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{11}{4}$

따라서 m 의 최댓값은 $-\frac{11}{4}$ 이다.

16. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$
$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$
따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

17. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x + a)^2 + a^2 + 6a$
$\therefore M = a^2 + 6a = (a + 3)^2 - 9$
따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

18. $x = -1$ 일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점 $(0,\ 2)$ 를 지나는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3 ② -5 ③ -7 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = a(x+1)^2 + 5$ 에 $(0,\ 2)$ 를 대입하면 $a = -3$

$y = -3(x+1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$

$\therefore a + b + c = -7$

19. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4 를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x-1)^2$ ② $y = 2(x-1)^2 + 4$

③ $y = 2(x+1)^2 + 4$ ④ $y = -2(x+1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x-1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 + 4$

20. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다. 이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$　② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$　④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 5)$, x^2 의 계수가 -2 이므로

$y = -2(x-1)^2 + 5$

$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$

$= -2x^2 + 4x + 3$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$

21. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$

따라서 y 의 절편은 2 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값은?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로 $a = -\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 3)$,

따라서 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

$\therefore\ a = -\frac{1}{2},\ b = -2,\ c = 1$

$\therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$

23. 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 가 $x = 1$ 일 때 최솟값 3을 가질 때, 상수 b, c의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $b = -6$

▷ 정답: $c = 6$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 3)$ 이므로
$y = 3(x-1)^2 + 3$ 을 전개하면 $y = 3x^2 - 6x + 6$
따라서 $b = -6, c = 6$ 이다.

24. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 최솟값이 6 일 때 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 7$

해설

$y = x^2 + 2x + k = (x+1)^2 - 1 + k$
$-1 + k = 6 \quad \therefore \ k = 7$

25. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + k$ 의 최댓값이 2 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$y = -2x^2 + 8x + k$
$= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) + k$
$= -2(x-2)^2 + 8 + k$

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $8 + k$ 를 갖는다.
$\therefore\ 8 + k = 2,\ k = -6$

26. 이차함수 $y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때, 최댓값 3 을 가진다. 이때, ac 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{15}{2}$

해설

$y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때,
최댓값 3 이므로
$y = a(x+6)^2 + 3 = ax^2 + 12ax + 36a + 3$
$12a = -6$, $36a + 3 = c$ 이므로
$a = -\frac{1}{2}$, $-18 + 3 = c$, $c = -15$
$\therefore ac = -\frac{1}{2} \times (-15) = \frac{15}{2}$

27. 이차함수 $y = x^2 + 4ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 6 을 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① -9　② -6　③ 6　④ 9　⑤ 14

해설

$y = x^2 + 4ax + b = (x + 2a)^2 - 4a^2 + b$

$x = 2$ 일 때, 최솟값이 6 이므로

$y = (x - 2)^2 + 6$ 이다.

따라서 $2a = -2,\ a = -1$

$-4a^2 + b = 6,\ b = 10$

$\therefore a + b = 9$

28. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -2 를 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 0 ② -2 ③ -4 ④ -3 ⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -2 이므로
꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이다.
$y = 2x^2 + ax + b = 2(x-1)^2 - 2 = 2x^2 - 4x$
$a = -4,\ b = 0$
$\therefore a - b = -4 - 0 = -4$

29. x 축과의 교점이 $(3,\ 0),\ (-2,\ 0)$ 이고, 점$(1,\ 6)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = x^2 + x + 6$ ② $y = -x^2 + x + 6$

③ $y = x^2 - x + 6$ ④ $y = x^2 + x - 6$

⑤ $y = -x^2 - x + 6$

해설

x 축과의 교점이 $(3,\ 0),\ (-2,\ 0)$ 이므로
$y = a(x-3)(x+2)$
점 $(1,\ 6)$ 을 지나므로
$6 = a(1-3)(1+2),\ a = -1$
$\therefore\ y = -(x-3)(x+2) = -x^2 + x + 6$

30. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$
② $y = 3x^2 - 3x - 6$
③ $y = 3x^2 + 6x - 8$
④ $y = 3x^2 - 6x - 8$
⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$y = 3(x+1)(x-2) = 3x^2 - 3x - 6$

31. $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -x^2 - 2$ ② $y = -x^2 - 3x - 6$

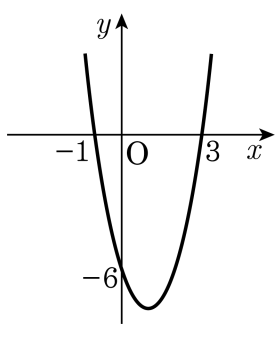
③ $y = -x^2 + 6x - 8$ ④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 8$

해설

$y = -(x-2)(x-4) = -x^2 + 6x - 8$

32. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



① $y = x^2 + 2x - 6$　② $y = 2x^2 + 4x - 6$

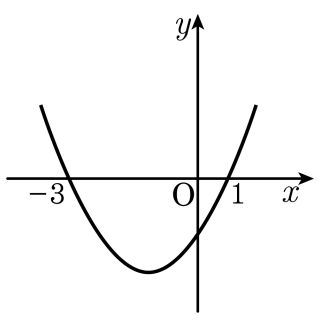
③ $y = x^2 - 2x - 6$　④ $y = 2x^2 - 4x - 6$

⑤ $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로
구하는 식은 $y = a(x+1)(x-3)$
$(0, -6)$ 을 지나므로 $-6 = -3a$
$\therefore a = 2$
$y = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$
$\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$

33. 이차함수 $y = a(x+p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$
따라서 함수식은 $y = a(x+1)^2 - 2$
$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$
$a = \frac{1}{2}$
$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$

34. 다음 중 x 축과의 교점이 $(-2,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 이고 한 점 $(0,\ -2)$ 를 지나는 포물선의 식은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$　② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$　④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

해설

$y = a(x+2)(x-2)$ 이고, $(0,\ -2)$ 를 지난다.

$-2 = -4a$

$\therefore\ a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}(x+2)(x-2) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)$

$\therefore\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

35. 세 점 $(0,8),(1,-2),(3,-10)$을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x=1$ ② $x=2$ ③ $x=3$ ④ $x=4$ ⑤ $x=5$

해설

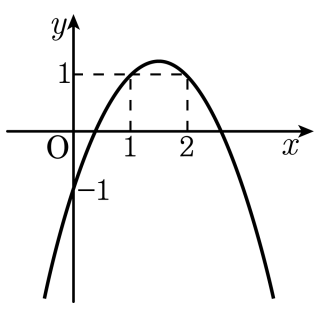
$y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점 $(0,8),(1,-2),(3,-10)$을 각각 대입하면

$c=8, a+b+8=-2, 9a+3b+8=-10$

$\therefore a=2, b=-12, c=8$

$y=2x^2-12x+8=2(x-3)^3-10$ 따라서 축의 방정식은 $x=3$이다.

36. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.
점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$
점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$
점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로
$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

37. 축의 방정식이 $x=4$이고, 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 지나는 포물선의 y절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y=a(x-4)^2+q$에 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 각각 대입하면
$4a+q=-10, a+q=-4$
$\therefore a=-2, q=-2$
$y=-2(x-4)^2-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-34$

38. 축이 $x=2$ 이고, 두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 6)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y=x^2-4x-2$　② $y=x^2+4x+2$

③ $y=-x^2+4x-3$　④ $y=-x^2+4x+3$

⑤ $y=-x^2-4x-3$

해설

축이 $x=2$ 이므로 $y=a(x-2)^2+q$

두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 6)$ 을 지나므로

$3=4a+q,\ 6=a+q$

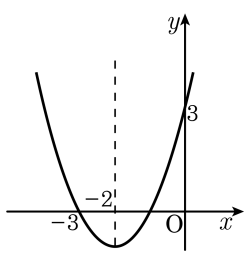
$\therefore a=-1,\ q=7$

$y=-(x-2)^2+7$

$y=-(x^2-4x+4)+7$

$y=-x^2+4x+3$

39. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x+2)^2 + q$
두 점 $(-3,\ 0)$, $(0,\ 3)$ 을 지나므로
$a + q = 0,\ 4a + q = 3$
$a = 1 \cdots$ ㉠
$q = -1 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$y = (x+2)^2 - 1$
$\quad = x^2 + 4x + 3$
$\therefore\ a = 1,\ b = 4,\ c = 3$
$\therefore\ a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$

40. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 축의 방정식이 $x = -3$ 이고, 점 $(3, -10)$ 을 지나는 포물선이다. $a = -\frac{1}{3}$ 일 때, bc 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $bc = 2$

해설

$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + q$ 라 두자.

$(3, -10)$ 을 지나므로 이를 대입하면 $-10 = -\frac{1}{3} \times 6^2 + q, q = 2$

따라서 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 2 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1$ 이므로 $bc = (-2) \times (-1) = 2$

41. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$ ② $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$ ④ $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 + 3$

해설

$x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y = a(x+2)^2 + 3$ 의 형태임을 의미한다.
이 중 $(0, -3)$ 을 지나면,

$-3 = 4a + 3$

$4a = -6$

$a = \frac{3}{2}$

$\therefore\ y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

42. $x = -1$ 일 때, 최댓값 3 을 갖고 한 점 $(1, -1)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$ ② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$ ④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(-1, 3)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 + 3$

$(1, -1)$ 을 대입하면 $-1 = 4a + 3$

$a = -1$

$\therefore y = -(x+1)^2 + 3$

43. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$ ② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$ ④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

44. 다음 함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = 2(x-3)^2$ ② $y = x(x-1)$

③ $y = 3x^2 - x + 2$ ④ $y = -x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = (2x+1)(2x-1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$에서 $a < 0$ 일 때 이차함수가 최댓값을 갖는다.

45. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

46. 이차함수 $y=-5x^2+20x+3$은 $x=a$일 때, 최솟값 b를 갖는다. $a+b$의 값은?

① 20 ② 22 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

해설

$$\begin{aligned} y &= -5x^2+20x+3 \\ &= -5(x^2-4x+4-4)+3 \\ &= -5(x-2)^2+23 \end{aligned}$$

$\therefore a=2,\ b=23$

$\therefore a+b=2+23=25$

47. x 가 정수일 때, $y = 2x^2 - 3x + 6$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$y = 2x^2 - 3x + 6 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{39}{8}$

x 가 정수이므로 $x = 1$ 일 때, 최솟값 5 를 갖는다.

48. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

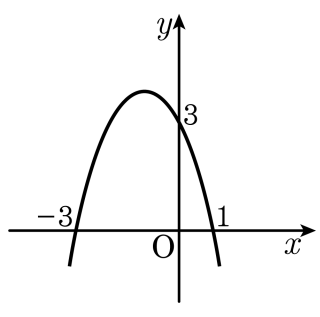
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = -x^2 + 2x + 10$
$= -(x-1)^2 + 11,\ M = 11$
$y = 3x^2 + 6x - 5$
$= 3(x+1)^2 - 8,\ m = -8$
$\therefore M + m = 11 - 8 = 3$

49. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



① -6 ② -2 ③ 0 ④ 4 ⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x+3)(x-1)$
y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면
$3 = -3a$
$\therefore\ a = -1$
따라서 구하는 식은
$y = -(x+3)(x-1) = -x^2 - 2x + 3,\ b = -2, c = 3$
$\therefore a + b + c = 0$

50. x 축과 두 점 $(-3,0)$, $(1,0)$ 에서 만나고, 점 $(2,10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y=2(x-3)(x-1)$ ② $y=-2(x+3)(x-1)$

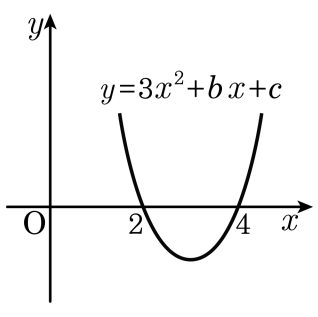
③ $y=2(x+3)(x-1)$ ④ $y=-2(x-3)(x-1)$

⑤ $y=-2(x-3)(x+1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3,0)$, $(1,0)$ 이므로
$y=a(x+3)(x-1)$ 에 $(2,10)$ 을 대입하면
$10=a(2+3)(2-1)$
$\therefore a=2$
$\therefore y=2(x+3)(x-1)$

51. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b, c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $b = -18$

▷ 정답: $c = 24$

해설

$(2,\ 0)$ 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$
$(4,\ 0)$ 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$
두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

52. 축의 방정식이 $x = 0$ 이고 두 점 $(1,\ 3),\ (-2,\ -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = x^2 - 4$ ② $y = 2x^2 - 6$ ③ $y = -x^2 + 4$

④ $y = -2x^2 + 5$ ⑤ $y = 2x^2 + 4$

해설

축의 방정식이 $x = 0$ 일 때 구하는 포물선의 식은 $y = ax^2 + q$ 이다.

$y = ax^2 + q$ 에 $(1,\ 3)$ 을 대입하면

$3 = a + q$ ····· (1)

$y = ax^2 + q$ 에 $(-2,\ -3)$ 을 대입하면

$-3 = 4a + q$ ····· (2)

(2) − (1) 하면 $3a = -6 \leftrightarrow a = -2$

(1)에 대입하면 $q = 5$

$\therefore\ y = -2x^2 + 5$

53. 다음 중 꼭짓점의 좌표 $(2,\ -6)$, 대칭축의 방정식 $x=2$, y 축과의 교점의 좌표 $(0,\ -10)$ 인 이차함수는?

① $y=x^2-2x-3$ ② $y=x^2-4x+5$

③ $y=-x^2-2x+3$ ④ $y=-x^2+4x-10$

⑤ $y=2x^2-4x+5$

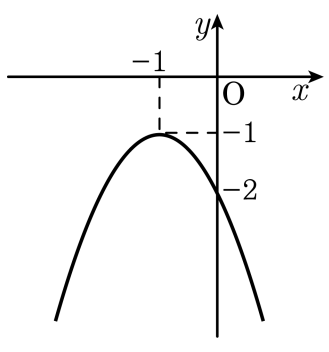
해설

$y=a(x-2)^2-6$ 에 $(0,-10)$ 을 대입한다.

$a=-1$

$\therefore y=-x^2+4x-10$

54. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?



① $y = -(x+1)^2 - 1$ ② $y = -(x-1)^2 - 1$

③ $y = -2(x+1)^2 - 2$ ④ $y = -2(x-1)^2 - 1$

⑤ $y = -2(x+1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -1)$ 이고, 지나는 점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 - 1$ 에서 지나는 점 $(0, -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0+1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.
따라서 $y = -(x+1)^2 - 1$ 이 된다.

55. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-1,\ 4)$ 이고, y 절편이 6 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

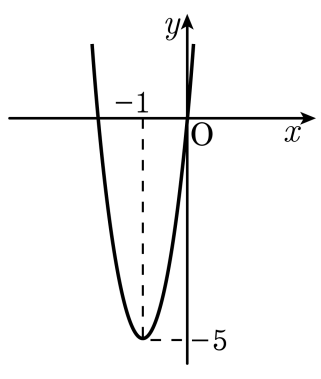
▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 4)$ 이므로
$y = a(x+1)^2+4$ 이고, y 절편이 6 이므로 $6 = a(0+1)^2+4$, $a = 2$ 이다.
$y = 2(x+1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$
$a = 2, b = 4, c = 6$
$\therefore a + b + c = 12$

56. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -5)$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y = -x^2 + 2x$ ② $y = -2x^2 + 4x$ ③ $y = -2x^2 - 4x$

④ $y = 4x^2 + 4x$ ⑤ $y = 5x^2 + 10x$

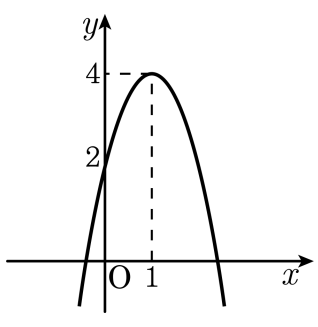
해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -5)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 - 5$ 로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0,\ 0)$ 을 지나므로 $0 = a - 5 \quad \therefore a = 5$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y = 5(x+1)^2 - 5 = 5x^2 + 10x$ 이다.

57. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?

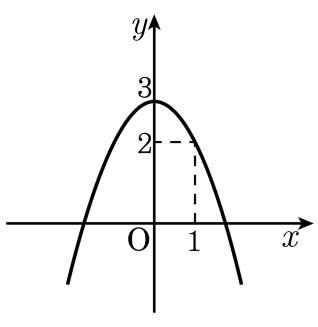


① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$
꼭짓점이 $(1,\ 4)$ 이므로,
$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$
$\therefore a = 4$
따라서 $a + b = 6$

58. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



① $y = 3x^2 + 1$ ② $y = 3x^2 + 2$ ③ $y = -3x^2 + 3$

④ $y = -x^2 + 3$ ⑤ $y = -x^2 + 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0,\ 3)$ 이므로 $y = ax^2 + 3$ 이고 $(1,\ 2)$를 지나므로 $2 = a + 3,\ a = -1$ 이다.
따라서 그래프의 식은 $y = -x^2 + 3$ 이다.

59. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0,\ 3)$ 을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -2)$ 일 때, 이 이차함수의 식은?

① $y = -5x^2 - 10x + 3$　　② $y = 5x^2 + 10x + 3$

③ $y = -5x^2 + 9x - 2$　　④ $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤ $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$y = a(x-1)^2 - 2$
$(0,\ 3)$ 을 대입하면
$3 = a(-1)^2 - 2$
$a = 5$
$y = 5(x-1)^2 - 2$
$\therefore\ y = 5x^2 - 10x + 3$

60. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 2)$ 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a , b , c 는 상수이다.)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1, 2)$ 이므로 주어진 식은
$y = a(x-1)^2 + 2$
y 절편이 3 이므로 $(0,\ 3)$ 을 대입하면
$3 = a + 2$
$\therefore a = 1$
따라서 구하는 식은 $y = (x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$
$\therefore\ b = -2, c = 3$
$\therefore a + b + c = 2$

61. 꼭짓점이 $(-2,\ 3)$ 이고 점 $(1,\ -6)$ 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0,\ -\frac{1}{2})$ ② $(0,\ -1)$ ③ $(0,\ -\frac{3}{2})$
④ $(0,\ -2)$ ⑤ $(0,\ -\frac{5}{2})$

해설

$y=a(x+2)^2+3$ 에 $(1,\ -6)$ 을 대입하면,
$-6=1(1+2)^2+3,\ a=-1$
$y=-(x+2)^2+3$
$x=0$ 을 대입하면 $y=-1$
$\therefore\ (0,\ -1)$

62. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

① $y = -(x+1)^2 + 2$ ② $y = 2(x+1)^2 + 2$

③ $y = -2(x-1)^2 + 2$ ④ $y = 2(x-1)^2 + 2$

⑤ $y = -2(x+1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 + 2$
$(0,\ 4)$ 를 대입하면 $4 = a + 2$, $a = 2$
따라서 그래프의 식은 $y = 2(x+1)^2 + 2$ 이다.

63. 이차함수 $y=-x^2+4x-3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2+2x+3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$
최댓값 $m=1$
$y=\frac{1}{3}x^2+2x+3=\frac{1}{3}(x+3)^2$
최솟값 $n=0$
$\therefore mn=1\times 0=0$

64. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y=-4x^2+1$ ② $y=-2(x-1)^2+10$

③ $y=x^2+3x+1$ ④ $y=-2x^2+3x+1$

⑤ $y=-(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

65. 이차함수 $y = -2(x-1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$
$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

66. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x+1)^2 + 2$ 의 최솟값을 구하고, 그 때의 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최솟값= 2

▷ 정답: $x = -1$

해설

꼭짓점의 좌표가$(-1,\ 2)$ 이므로
$x = -1$ 일 때, 최솟값 2 를 갖는다.

67. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x - 6$의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$y = -2x^2 - 4x - 6$

$= -2(x+1)^2 - 4$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 -4를 갖는다.

68. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ −1 ⑤ −2

해설

$y = -2x^2 + 4x + 1$
$= -2(x-1)^2 + 3$
$x = 1$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다.

69. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y=(x-2)^2-10$ ② $y=(x-2)^2+8$

③ $y=2(x-2)^2-10$ ④ $y=2(x+1)^2+8$

⑤ $y=2x^2-2$

해설

$y=a(x-2)^2+b=ax^2-4ax+(4a+b)$ 에 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 대입하면,

$-2=4a+b, 8=9a+b$

$\therefore\ y=2(x-2)^2-10$